

ІНСТИТУТ МАГНЕТИЗМУ НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ  
ТА МІНІСТЕРСТВА ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ГЕРАСИМЧУК ІГОР ВІКТОРОВИЧ**

УДК 530.182; 539.2

**НЕЛІНІЙНІ ЛОКАЛІЗОВАНІ СТАНИ  
В СТРУКТУРОВАНИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

01.04.02 – теоретична фізика

**Автореферат**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора фізико-математичних наук

Київ – 2017

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті магнетизму НАН України та МОН України.

**Науковий консультант:** доктор фізико-математичних наук, професор,  
член-кореспондент НАПН України  
**ГОРОБЕЦЬ Юрій Іванович,**  
Інститут магнетизму НАН України та  
МОН України, директор

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук, професор,  
член-кореспондент НАН України  
**МОЛОДКІН Вадим Борисович,**  
Інститут металофізики ім. Г. В. Курдюмова  
НАН України, головний науковий співробітник

доктор фізико-математичних наук, професор  
**ДЕНИСОВ Станіслав Іванович,**  
Сумський державний університет, професор  
кафедри загальної та теоретичної фізики

доктор фізико-математичних наук  
**ЗОЛОТАРЮК Ярослав Олександрович,**  
Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова  
НАН України, провідний науковий співробітник  
відділу теорії нелінійних процесів в конденсованих середовищах

Захист відбудеться « 16 » березня 2017 р. о 14<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.248.01 при Інституті магнетизму НАН України та МОН України за адресою: 03142, м. Київ, бульвар Вернадського, 36-б, конференц-зал Інституту магнетизму НАН України та МОН України.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту металофізики ім. Г.В. Курдюмова НАН України за адресою: 03142, м. Київ, бульвар Вернадського, 36.

Автореферат розісланий «    » лютого 2017 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради Д 26.248.01  
кандидат фізико-математичних наук



Л. Є. Козлова

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Інтерес до вивчення нелінійної динаміки та нелінійних локалізованих станів у структурованих середовищах різного типу (періодичних, шаруватих, модульованих, дефектних, саомодульованих) та їх різноманітних фізичних застосувань останнім часом невпинно зростає. Основні зусилля в цій області спрямовані на вивчення властивостей нелінійних локалізованих станів солітонного типу в *реальних* фізичних системах з урахуванням особливостей таких систем: їх внутрішньої мікроструктури, дискретності, дефектності, просторової неоднорідності, неоднорідності основного стану та деяких інших.

Завдяки досягненням у прикладних дослідженнях, на цей час відома велика кількість структурованих середовищ з періодично модульованими параметрами. Прикладами таких середовищ слугують нелінійні шаруваті оптичні системи та волоконно-оптичні лінії зв'язку, фотонні та магнетонні кристали, мультишарові магнітні матеріали, що використовуються, наприклад, для створення елементів збереження інформації, високотемпературні надпровідники, що містять шари з різними провідними та пружними властивостями, укладений в оптичну ґратку конденсат Бозе-Ейнштейна, полімерні ланцюжки в системах проникних інтерфейсів і жорстких поверхонь, несумірні структури різного типу: довгий джозефсонівський контакт у магнітному полі, більшому критичного, ланцюжки адатомів на борознистих поверхнях кристалів, антиферомагнетики з неоднорідною обмінно-релятивістською взаємодією Дзялошинського і таке інше.

Зокрема, в магнітних застосуваннях особливий інтерес становлять мультишарові феро- (ФМ) та антиферомагнітні (АФМ) матеріали з періодичною (модульованою) структурою, використання яких пов'язане з цілою низкою характерних ефектів: магнітооптичних, магнітоелектронних, магнітотранспортних тощо. Так, у мультишарових системах з різною магнітною структурою та різним співвідношенням товщин окремих шарів (ФМ/ФМ, АФМ/АФМ, ФМ/АФМ) виявлено явище гігантського магнітоопору, зміщення петлі гістерезису та виникнення коерцитивної сили, яка істотно перевищує коерцитивну силу феромагнетика, що входить до системи.

Структуровані середовища можуть проявляти як лінійні, так і яскраво виражені нелінійні властивості. Наприклад, одночасна дія шарів у системі, що впливають на дисперсію хвиль та їх спектр, і нелінійності середовища призводить до цілого ряду нових фізичних явищ. У нелінійній оптиці до одного з найбільш важливих явищ можна віднести можливість результуючої просторової локалізації хвильового потоку ("суперлокалізації") в

структурованих оптичних системах різного типу, наприклад, з періодичною системою ідентичних дефектних шарів або плоских дефектів. Така “суперлокалізація” виникає за рахунок одночасного впливу локалізації хвилі на структурних дефектах і нелінійної локалізації за рахунок ангармонічності середовища навколо дефектів. При цьому першим етапом вивчення просторової локалізації збуджених станів у структурованих середовищах з періодичною системою ідентичних дефектних шарів є задача про локалізацію збуджень поблизу поодинокого дефектного шару, в описанні якого в загальному випадку присутні як лінійні, так і нелінійні по полю доданки.

Для технологічних застосувань вкрай важливими є питання розуміння механізмів адсорбції (локалізації) полімерів на поверхні твердого тіла, особливо у модульованих структурах, та керування нею. Такого типу дослідження пов’язані зі створенням та удосконаленням лікарських засобів, фарб, косметичних, миючих засобів, стабілізаторів харчових продуктів тощо. Біологічні аспекти включають відображення адсорбції біополімерів, таких як муцин у слині або інших білків, для визначення їх структури та функцій. Існують численні методи визначення товщини шару полімерної поверхні та її структури. Однак все ще існує багато нерозв’язаних проблем, пов’язаних із властивостями адсорбції полімерів, що залежать від часу. У зв’язку з цим актуальною є задача більш глибокого вивчення поверхневих явищ у модульованих полімерних системах на молекулярному рівні.

Отже, актуальною є проблема теоретичного дослідження нелінійних локалізованих станів у структурованих середовищах з періодично модульованими параметрами (матеріальні параметри періодично модульовані в просторі або періодичним є основний стан). У випадку просторово-модульованих (шаруватих) середовищ просторова локалізація на дефектах (дефектних шарах) спостерігається при розповсюдженні нелінійної хвилі в ангармонічному середовищі уздовж дефектних шарів (в шаруватих магнетиках – спіновій хвилі уздовж плоских магнітних дефектів). У випадку полімерів важливою задачею є вивчення адсорбції реальних полімерних ланцюжків у системі інтерфейсів.

Безумовно, актуальною є задача строгого теоретичного обґрунтування існування та стійкості локалізованих станів у неоднорідних дефектних середовищах і періодичних структурах, коли система є нелінійною. Визначення характеристик та властивостей структурованої системи у цьому випадку є досить непростюю проблемою, тому існує потреба в розробці спеціальних теоретичних методів дослідження таких систем.

**Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**  
Дисертаційна робота в основній частині виконувалася в рамках тематичних

планів науково-дослідних робіт Інституту магнетизму НАН України та МОН України, частково в Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» та Національному авіаційному університеті: «Ефекти самоорганізації в системі метал-електроліт в постійному магнітному полі» (№ державної реєстрації 0106U002466); «Вилучення іонів важких металів із стічних вод за допомогою магнітокерованої біосорбції» (№ державної реєстрації 0106U007362); «Дослідження функціональних властивостей наномасштабних структур в сильно градієнтних магнітних полях» (№ державної реєстрації 0108U007292); «Екологія, енергетика та зміна клімату Землі» (№ державної реєстрації 0109U000172); «Магнітна структура та електрична рушійна сила феромагнітних гальванічних елементів в магнітному полі» (№ державної реєстрації 0109U001601); «Дослідження характеру локалізації полімерних ланцюжків в періодичних структурах» (№ державної реєстрації 0110U000213); «Ефекти післядії і вплив електромагнітного поля на структурні і транспортні характеристики функціональних елементів наноелектроніки» (№ державної реєстрації 0112U001914); «Розробка методики вимірювання геометричних, магнітних і електричних характеристик нанобульбашок, які формуються в слабких електролітних парамагнітних розчинах» (№ державної реєстрації 0114U00877); «Фазові стани типу «електроліт-електроліт» поблизу феромагнітних поверхонь в умовах впливу зовнішніх магнітних полів, полів розсіювання електродів та електрохімічних реакцій» (№ державної реєстрації 0115U000895); «Вплив електричного та магнітного полів на високочастотні та морфологічні властивості магнітних наноструктур» (№ державної реєстрації 0115U002716); «Розробка та дослідження магнітних та магнітоелектричних елементів пристроїв на основі багат шарових композиційних ферит-п'єзоелектричних структур» (№ державної реєстрації 0115U003536); «Вплив електромагнітного поля на структуру, оптичні і електрохімічні характеристики парамагнітних рідких кристалів і розчинів» (№ державної реєстрації 0116U002331).

**Мета і завдання дослідження.** *Метою* дисертаційної роботи є теоретичний опис нелінійних локалізованих станів у структурованих середовищах різної фізичної природи та різного типу, в неоднорідних дефектних середовищах і періодичних структурах.

Відповідно до поставленої мети, необхідно було розв'язати наступні завдання:

1. Аналітично дослідити нелінійні локалізовані стани біля поодинокого дефекту (дефектного шару) в ангармонічному середовищі при різних

характерах нелінійності та взаємодії дефекту з оточуючим середовищем у випадках нелінійного дефекту та “комбінованого” дефекту, який описується і лінійною, і нелінійною частинами. Дослідити стійкість усіх можливих нелінійних локалізованих розв’язків у ангармонічному середовищі з дефектом (дефектним шаром) в обох зазначених випадках.

2. Визначити умови локалізації нелінійних спінових хвиль у магнітному матеріалі з дефектним магнітним шаром (плоским магнітним дефектом) і проаналізувати властивості та стійкість таких локалізованих магнітних станів.
3. Дослідити особливості локалізації нелінійних хвиль у середовищі з двома ідентичними дефектами (дефектними шарами) у випадках: нелінійні дефектні шари та “комбіновані” дефектні шари з лінійною та нелінійною складовими у гармонічному середовищі та лінійні дефектні шари в ангармонічному середовищі. Знайти інтеграли руху в зазначених системах, зокрема, обчислити повну енергію, а у випадках нелінійних і лінійних дефектних шарів знайти силу взаємодії між шарами.
4. З’ясувати характер локалізації нелінійних хвиль в ангармонічному середовищі між двома паралельними тонкими шарами (інтерфейсами), які відштовхують хвилю.
5. Аналітично дослідити локалізовані стани в системах з однією пасткою та з двома ідентичними пастками, що моделюються прямокутними потенціальними ямами, в залежності від лінійності/нелінійності середовищ у потенціальних ямах і в областях поза ними.
6. Визначити особливості локалізованих станів нелінійних хвиль у періодичній системі “комбінованих” лінійно-нелінійних дефектних шарів у гармонічному середовищі. З’ясувати характер просторової локалізації нелінійних хвиль в ангармонічних періодичних модульованих середовищах.
7. Дослідити характер та особливості нелінійної динаміки несумірних структур.
8. Теоретично з’ясувати характер адсорбції (локалізації) полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів у рамках наближення середнього поля з урахуванням взаємодії виключеного об’єму у випадках локалізованого стану (з нульовою концентрацією полімеру на нескінченності) та фіксованої концентрації полімеру на нескінченності. Визначити силу взаємодії між інтерфейсами у стані насичення системи.

9. Встановити характер адсорбції реальних полімерних ланцюжків між двома жорсткими поверхнями, які є непроникними для полімеру. Визначити силу взаємодії між поверхнями у стані насичення системи.

*Об'єкт дослідження* – нелінійні хвилі та нелінійні локалізовані стани в структурованих середовищах.

*Предмет дослідження* – локалізація нелінійних хвиль і умови стійкості нелінійних локалізованих станів у структурованих середовищах різної фізичної природи, в неоднорідних дефектних середовищах і періодичних структурах, динаміка нелінійних збуджень у несумірних структурах та адсорбція полімерних ланцюжків у системах інтерфейсів.

*Методи дослідження.* Для розв'язання поставлених задач було застосовано низку методів теоретичної фізики. Для вивчення деяких фізичних систем було виведено відповідні динамічні рівняння.

Розвинуто метод розв'язання нелінійного рівняння Шредінгера для неоднорідної системи з дефектами (дефектними шарами) з відповідними крайовими умовами. Для вивчення характеристик і властивостей нелінійних локалізованих станів проведено їх квазікласичне квантування та знайдено інтеграли руху в системі. Методом Вахітова-Колоколова аналітично досліджено стійкість усіх можливих нелінійних станів, локалізованих біля нелінійного та “комбінованого” дефектів (дефектних шарів), в ангармонічному середовищі. При дослідженні стійкості застосовано метод невизначених множників Лагранжа.

Для знаходження локалізованих станів у системах з пастками, що моделюються прямокутними потенціальними ямами, розв'язано задачу на власні значення для нелінійного рівняння Шредінгера з відповідними крайовими умовами.

Для вивчення нелінійної локалізації збуджень у несумірних структурах використано перетворення Дарбу для рівняння синус-Гордона та застосовано апарат еліптичних функцій Якобі.

Розвинуто метод розв'язання рівняння середнього поля для реальних полімерних ланцюжків у системі інтерфейсів (мембран), які можуть бути як проникними для полімерних ланцюжків, так і жорсткими поверхнями. Запропоновано “скейлінг” метод введення нових масштабних змінних для знаходження універсальних залежностей між основними характеристиками системи. Побудову та аналіз залежностей між параметрами системи здійснено за допомогою чисельних методів та систем комп'ютерної алгебри – програмних пакетів Mathematica та Maple.

### **Наукова новизна одержаних результатів.**

1. Вперше у рамках квазікласичного підходу аналітично встановлено всі можливі нелінійні стани, локалізовані біля одиночного дефекту (дефектного шару) в ангармонічному середовищі при різних знаках ангармонізмів середовища та характерних особливостях взаємодії дефекту з оточуючим середовищем у випадках нелінійного дефекту та “комбінованого” дефекту з лінійною та нелінійною складовими. Вперше аналітично встановлено умови стійкості всіх можливих нелінійних локалізованих станів в ангармонічному середовищі з дефектом (дефектним шаром) у випадках нелінійного та “комбінованого” дефектів.
2. Визначено властивості та стійкість локалізованих станів нелінійних спінових хвиль у шаруватій магнітній структурі з дефектним магнітним шаром (плоским магнітним дефектом).
3. Встановлено характер локалізації нелінійних хвиль і знайдено повну енергію системи у середовищі з двома ідентичними дефектами (дефектними шарами) у випадках: нелінійні дефектні шари та “комбіновані” дефектні шари з лінійною та нелінійною складовими у гармонічному середовищі та лінійні дефектні шари в ангармонічному середовищі. Вперше для випадків нелінійних дефектних шарів у гармонічному середовищі та лінійних дефектних шарів в ангармонічному середовищі аналітично знайдено силу взаємодії між шарами, яка має важливе практичне значення у полімерних системах з інтерфейсами.
4. Доведено, що при розповсюдженні нелінійної хвилі у фокусуєчому середовищі вздовж системи двох паралельних тонких шарів (інтерфейсів), які відштовхують хвилю, можлива локалізація хвильового потоку між плоскими інтерфейсами. Показано, що існує критичне значення частоти, за якої розв’язок змінює свій характер: хвилевий потік починає “виходити” з області між дефектними площинами.
5. На основі дослідження локалізованих станів у системах з однією пасткою та двома ідентичними пастками, що моделюються прямокутними потенціальними ямами, знайдено можливі розв’язки в таких системах та повне число елементарних збуджень у локалізованому стані в залежності від лінійності/нелінійності середовищ у потенціальних ямах і в областях поза ними. Доведено, що у разі задачі для полімерів з однією потенціальною ямою стан насичення існує лише за умови нелінійності середовища в областях поза ямою, незалежно від характеру середовища у потенціальній ямі.



6. Встановлено особливості нелінійної динаміки несумірних структур, властивості нелінійних збуджень періодичної солітонної ґратки. Поблизу нижньої межі щілини спектру в довгохвильовому наближенні знайдено розв'язки для малоамплітудних періодичних за часом нелінійних збуджень, що знаходяться під щілиною спектру (у вигляді “темних антифазних солітонів”) та в щілині.
7. Теоретично встановлено характер локалізації полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів (мембран) у рамках наближення середнього поля з урахуванням взаємодії виключеного об'єму. Розроблено аналітичний метод знаходження та аналізу характеристик такої системи шляхом введення нових масштабних змінних у стані насичення системи. Вперше аналітично та чисельно знайдено силу взаємодії між такими інтерфейсами у стані насичення та доведено, що ця сила є силою тяжіння, яка монотонно прямує до нуля зі збільшенням відстані між інтерфейсами. Аналітично встановлено характер адсорбції реальних полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів у випадку фіксованої концентрації полімеру на нескінченності.
8. Визначено характер адсорбції полімерних ланцюжків між двома жорсткими поверхнями (непроникними інтерфейсами) при урахуванні взаємодії виключеного об'єму. У стані насичення аналітично знайдено силу, що діє між жорсткими поверхнями завдяки зв'язку інтерфейс-полімер, і показано, що ця сила є силою тяжіння, як і в системі двох проникних інтерфейсів.

Викладені вище результати здобуті вперше і є новими. Усі вони добре узгоджуються з відомими з літератури експериментальними даними та результатами чисельних розрахунків.

**Практичне значення одержаних результатів.** Теоретичний матеріал, якій викладено в дисертаційній роботі, може бути застосований у багатьох галузях сучасної фізики: нелінійній оптиці, фізиці ангармонічних кристалів, рідких кристалічних або ліпідних систем, біофізиці, фізиці мультишарових магнітних матеріалів, джозефсонівських контактів, конденсації Бозе-Ейнштейна тощо. Також здобуті результати можуть бути використані у технологічних застосуваннях неоднорідних і мультишарових структур, наприклад, у нелінійній оптиці, магнетизмі, фізиці полімерів.

Істотне прикладне значення можуть мати застосування результатів дисертаційної роботи для дослідження планарних три-, п'яти-, семишарових структур типу магнітний сандвіч, внутрішні шари яких розглядаються як квазідвовимірні плоскі магнітні дефекти, і, загалом, для дослідження локалізації спінових хвиль у різного типу магнітних мультишарових системах

або тонких плівках з достатньо вузькими плоскими шарами, які відрізняються від матриці системи своїми магнітними властивостями.

Теоретичні результати, здобуті для структурованих середовищ з пастками, які моделюються прямокутними потенціальними ямами, можуть бути застосовані для дослідження конденсації Бозе-Ейнштейна у різних системах, наприклад, для вивчення Бозе-Ейнштейнівської конденсації магніонів. Одержані результати для моделей з прямокутними потенціальними ямами можуть бути використані для дослідження адсорбції полімерів у системах з інтерфейсами.

Розуміння механізмів адсорбції полімерних ланцюжків, які вивчено в дисертаційній роботі, може бути корисним для застосувань, пов'язаних з селекцією та розпізнаванням властивостей полімерів. Ці механізми відіграють важливу роль у таких процесах, як змащування, адгезія та захист поверхонь, а також у біологічних процесах взаємодії між мембранами та біополімерами.

Крім того, розвинені в дисертаційній роботі теоретичні положення та методи дослідження локалізованих станів у структурованих середовищах з дефектами, періодичних і модульованих системах, і несумірних структурах (самомодульованих системах) можуть також знайти своє місце і в навчальному процесі при викладанні широкого класу дисциплін, таких як нелінійна фізика, солітони в фізиці, нелінійна оптика, фізика конденсованого стану, фізика магнітних явищ, фізика полімерів, біофізика тощо.

**Особистий внесок здобувача.** Особистий внесок здобувача полягає у виборі наукового напрямку, теми дисертаційної роботи, комплексному підході до вибору мети, завдань, об'єкту та предмету дослідження, розробці теоретичних методів дослідження, систематизації та узагальненні одержаних у дисертаційній роботі результатів, а також рекомендаціях щодо їх практичного використання. У п'яти наукових статтях, опублікованих за результатами дисертації, здобувач є одноосібним автором. З робіт, які були виконані у співавторстві, дисертант включив до дисертації лише результати, отримані безпосередньо ним. Зокрема, дисертанту належать результати розробки моделей, методів і засобів розв'язання проблем, проведення теоретичних і чисельних розрахунків та узагальнення одержаних результатів. Особистий внесок здобувача полягає також у написанні та підготовці до публікації наукових статей і написанні та підготовці доповідей на конференціях, симпозіумах і семінарах.

У роботах, присвячених вивченню нелінійних станів, що локалізовані біля дефекту, який має нелінійні властивості, дисертантом було поставлено задачі та особисто проведено визначальну частину теоретичних розрахунків, одержано основні результати та сформульовано висновки до робіт. У роботі з

дослідження спінових хвиль у магнітній системі з одним плоским магнітним дефектом дисертант брав безпосередню участь у формулюванні задачі, виконав переважну більшість теоретичних розрахунків, узагальнював результати.

У роботах, присвячених дослідженню локалізації полімерних ланцюжків у системах з інтерфейсами з урахуванням взаємодії виключеного об'єму, дисертант брав безпосередню участь у формулюванні задач, виконав визначальну частину теоретичних і чисельних розрахунків, обговорював результати та формулював висновки.

У роботах, в яких вивчалася просторова локалізація нелінійних хвиль у періодичних і модульованих середовищах, дисертантом особисто було проведено значну частину теоретичних розрахунків, він обговорював і проводив аналіз одержаних результатів, брав участь у формулюванні висновків.

Дисертанту належить ідея описання нелінійних систем з плоскими дефектними шарами або пастками за допомогою моделі прямокутних потенціальних ям, яка і була реалізована в дисертації.

**Апробація результатів дисертації.** Результати, представлені в дисертаційній роботі, пройшли апробацію серед широкого кола вчених, як в Україні, так і за кордоном, доповідались та обговорювались на міжнародних конференціях і симпозіумах: International Conference on Geometry, Integrability and Nonlinearity in Condensed Matter & Soft Condensed Matter Physics (Bansko, Bulgaria, July 15-20, 2001); International Conference “Functional Materials” (Partenit, Ukraine, October 1-5, 2001); 19th General Conference of the EPS Condensed Matter Division held jointly with CMMP 2002 – Condensed Matter and Materials Physics (Brighton, United Kingdom, 7-11 April 2002); EUROMECH Scientific Colloquium 436 “Nonlinear Waves in Microstructured Solids” (Tallinn, Estonia, May 29 - June 1, 2002); 4th International Workshop on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (Kharkiv, Ukraine, June 3-5, 2002); International Seminar “Day on Diffraction`2002” (Saint Petersburg, Russia, June 5-8, 2002); 24th Course of the International School of Solid State Physics (Erice, Italy, 20-26 July 2002); International Conference on Theoretical Physics (Paris, France, 22-27 July 2002); International Conference “Inverse Problems and Nonlinear Equations” (Kharkiv, Ukraine, August 12-16, 2002); 56th Scottish Universities Summer School in Physics, NATO Advanced Study Institute “Ultrafast-Photonics” (St. Andrews, Scotland, 1<sup>st</sup>-14<sup>th</sup> September 2002); International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers, 5<sup>th</sup> International Workshop on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (Alushta, Ukraine, September 16-20, 2003); International Conference “Functional Materials” (Partenit, Ukraine, October 6-11, 2003); International Workshop “Nonlinear Physics: Theory and Experiment. III.” (Gallipoli,

Lecce, Italy, June 24 - July 3, 2004); 33rd Course of the International School of Solid State Physics (Erice, Italy, 20-26 July 2004); International Conference “Functional Materials” (Partenit, Ukraine, October 3-8, 2005); International Conference “Functional Materials” (Partenit, Ukraine, October 1-6, 2007); 4<sup>th</sup> International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems” (Kyiv, Ukraine, May 23-26, 2008); International Conference “Functional Materials” (Partenit, Ukraine, October 5-10, 2009); International Workshop “Magnetic Phenomena in Micro- and Nano-Structures” (Donetsk, Ukraine, 27-29 May 2010); 3<sup>rd</sup> International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics (Kharkov, Ukraine, August 29 – September 2, 2011); International Conference “Functional Materials” (Partenit, Ukraine, October 3-8, 2011); V міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації” (Кам’янець-Подільський, Україна, 4-5 квітня, 2012); XX міжнародная научно-техническая конференция “Прикладные задачи математики и механики” (Севастополь, Украина, 10-14 сентября 2012); International Conference “Problems of Theoretical Physics” (Kyiv, Ukraine, October 8-11, 2012); Fourth International Conference for Young Mathematicians on Differential Equations and Applications dedicated to Ya.B. Lopatinskii (Donetsk, Ukraine, 14-17 November 2012); 4-я Международная конференция “Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования” (Москва, Россия, 25-29 марта 2013); XXI міжнародная научно-техническая конференция “Прикладные задачи математики и механики” (Севастополь, Украина, 16-20 сентября 2013); International Conference “Functional Materials” (Naspra, Yalta, Ukraine, September 29 – October 5, 2013); Международная научная конференция «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство» (Цахкадзор, Армения, 24-29 марта 2014); International Research and Practice Conference “Nanotechnology and Nanomaterials” (Lviv, Ukraine, 26-29 August 2015); VII міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації” (Кам’янець-Подільський, Україна, 21-22 квітня 2016); International Research and Practice Conference “Nanotechnology and Nanomaterials” (Lviv, Ukraine, 24-27 August 2016); International Conference on Differential Equations (Lviv, Ukraine, September 20-24, 2016);

а також на наукових семінарах в Інституті магнетизму НАН України та МОН України (Київ, Україна), Інституті дослідження полімерів (Дрезден, Німеччина), Інституті теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України (Київ, Україна), Національному технічному університеті України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, Національному авіаційному

університеті (Київ, Україна) та Науковій Раді в Інституті магнетизму НАН України та МОН України.

**Публікації.** Результати дисертаційної роботи опубліковані в 65 наукових працях, зокрема, в 23 наукових статтях у провідних світових і вітчизняних фахових виданнях (з них 5 статей без співавторів), серед яких *Physical Review Letters*, *Physical Review E*, *J. Phys.: Condens. Matter*, *J. Phys. Chem. B*, *Nanoscale Research Letters*, в 1 навчальному посібнику з нелінійної математичної фізики та в 41 матеріалах і тезах доповідей за матеріалами міжнародних наукових конференцій і симпозіумів.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота містить вступ, сім розділів, висновки та список використаних джерел з 272 найменувань. Обсяг дисертації становить 237 сторінок. Робота містить 22 рисунки.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету, завдання дослідження, визначено об'єкт, предмет і методи дослідження, наукову новизну та практичне значення одержаних результатів, особистий внесок здобувача, наведено дані про апробацію результатів дисертації, публікації, описано структуру й обсяг дисертації.

У **першому розділі** наведено огляд літератури за темою дисертації. У ньому представлено огляд теоретичних та експериментальних результатів з дослідження нелінійної динаміки в структурованих середовищах різного типу. Визначено місце проведеного у дисертаційній роботі дослідження серед вже розв'язаних задач. Зазначено важливість застосування здобутих результатів у нелінійній оптиці в структурованих оптичних системах, зокрема, в оптоволоконних системах, світловодах, оптичних лініях затримки, фотонних кристалах тощо, при дослідженні оптичних солітонів. Інша важлива область застосувань результатів, одержаних в дисертаційній роботі, – структуровані (мультишарові, модульовані) магнітні матеріали. Підкреслено велику роль нелінійних ефектів і нелінійних локалізованих структур у сучасній фізиці магнітних явищ. Відзначено пов'язані з цією галуззю актуальні задачі, такі як генерація нелінійних локалізованих структур із заданими амплітудно-фазовими характеристиками та керування їх динамікою, розробка принципово нових методів керування структурами такого типу, особливо у зв'язку з активними експериментальними дослідженнями властивостей солітонів у магнітних плівках, магнітних надґратках та молекулярних нанокластерах. Наголошено на важливості використання здобутих теоретичних результатів для дослідження Бозе-Ейнштейнівських конденсатів. Також зазначено важливість застосувань

результатів дисертації для дослідження структурованих полімерних систем і вивчення характеру адсорбції полімерних ланцюжків у періодичних структурованих системах, системах з проникними інтерфейсами та жорсткими поверхнями.

У другому розділі “Локалізовані стани та їх стійкість в ангармонічному середовищі з нелінійним і “комбінованим” лінійно-нелінійним дефектом (дефектним шаром)” у рамках квазікласичного підходу теоретично проведено повне дослідження солітонних станів, локалізованих біля плоского дефекту (дефектного шару), що має нелінійні властивості, при різних типах нелінійності середовища та різному характері взаємодії елементарних збуджень середовища з дефектним шаром у двох випадках: нелінійний дефектний шар та “комбінований” дефектний шар, в описанні якого присутні як лінійна, так і нелінійна частини.

Для одного ізольованого лінійного дефекту таку задачу було досліджено в роботах [1\*-3\*] для різних знаків нелінійності середовища та різного характеру взаємодії елементарних збуджень з дефектом. У дисертаційній роботі в рамках нелінійного рівняння Шредінгера (НРШ) з довільним знаком нелінійності середовища досліджено збудження, локалізовані поблизу плоского нелінійного дефектного шару, як для випадку суто нелінійного шару, так і для випадку “комбінованого” лінійно-нелінійного дефектного шару.

Для нелінійного неоднорідного структурованого середовища НРШ для характеристики поля  $u = u(z, t)$  має вигляд:

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\sigma |u|^2 u = U \cdot u, \quad (1)$$

де параметр  $\sigma = \pm 1$  характеризує взаємодію елементарних збуджень в середовищі ( $\sigma = +1$  відповідає їх взаємному тяжінню,  $\sigma = -1$  – взаємному відштовхуванню), вісь  $z$  спрямована перпендикулярно до дефектного шару. У подальших дослідженнях, пов’язаних із локалізацією нелінійних хвиль у структурованих середовищах, будемо шукати стаціонарні розв’язки у вигляді  $u(z, t) = u(z) \cdot \exp\{-i\omega t\}$ , де  $u(z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \pm\infty$ . Відповідно, потенціал  $U$  буде функцією лише координати  $z$ :  $U = U(z)$ , зважаючи на те, що він може містити залежність від поля тільки у вигляді  $|u(z, t)|^2$  і, таким чином, не залежить від часу  $t$ .

У випадку одного тонкого дефектного шару потенціал  $U$  має вигляд  $U = -\lambda \delta(z) |u|^2$  для нелінійного дефектного шару та  $U = -\delta(z) [q + \lambda |u|^2]$  – для “комбінованого” лінійно-нелінійного шару. Параметри  $\lambda$  і  $q$  характеризують

“потужність” дефектного шару та разом із полем визначають характер взаємодії шару з елементарними збудженнями оточуючого середовища. Наприклад, для нелінійного дефектного шару у випадку  $\lambda > 0$  елементарні збудження ефективно притягуються до дефектного шару, який, таким чином, відіграє роль хвилеводу, а при  $\lambda < 0$  – відштовхуються від нього.

У підрозділі 2.1 у рамках НРШ проведено повне дослідження солітонних станів, локалізованих біля плоского дефекту (дефектного шару), який описується суто нелінійним доданком ( $U = -\lambda \delta(z) |u|^2$  у рівнянні (1)), в ангармонічному середовищі при різних типах його нелінійності та різному характері взаємодії елементарних збуджень середовища з нелінійним дефектним шаром.

Для нелінійного дефекту в ангармонічному середовищі у випадку  $\sigma = +1$  локалізований розв’язок, який задовольняє граничним умовам, має вигляд  $u(z) = \varepsilon \cdot \text{ch}^{-1} \left[ \varepsilon (|z| - z_0) \right]$ , а у випадку  $\sigma = -1$  отримано  $u(z) = \varepsilon \cdot \text{sh}^{-1} \left[ \varepsilon (|z| - z_0) \right]$ . Параметр  $\varepsilon = \sqrt{-\omega}$  характеризує частоту збудження, амплітуду розв’язку та область його локалізації;  $\varepsilon$  і  $z_0$  за будь-якого знаку  $\sigma$  зв’язані співвідношенням, яке випливає з граничних умов:  $\text{sh}(2\varepsilon z_0) = -\lambda \varepsilon$ . Показано, що в обох випадках за будь-якого знаку  $\lambda$  інтервал припустимих частот необмежений знизу, а максимально можлива частота розв’язку збігається з нижньою межею спектру лінійних хвиль.

З’ясовано, що нелінійні стани, локалізовані біля нелінійного дефекту в ангармонічному середовищі, існують при таких співвідношеннях параметрів  $\sigma$  та  $\lambda$ : (а)  $\sigma = +1$ ,  $\lambda > 0$ ; (б)  $\sigma = +1$ ,  $\lambda < 0$ ; та (с)  $\sigma = -1$ ,  $\lambda > 0$ . Встановлено, що:

У випадку (а) максимум амплітуди коливання знаходиться в точці розташування дефекту. Елементарні збудження притягуються між собою та до дефекту. Поблизу нижньої межі спектру лінійних хвиль, коли  $\omega \rightarrow 0$  ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ), амплітуда локалізованого стану залежить від частоти розв’язку таким чином:  $u(z=0) \Big|_{\omega \rightarrow 0} \approx \sqrt{-\omega}$ .

У випадку (б) елементарні збудження притягуються між собою, але відштовхуються від дефекту. Нелінійний локалізований стан являє собою зв’язаний стан двох солітонів, симетрично розташованих відносно дефекту з центрами в точках  $\pm z_0$ . У граничному випадку максимально можливої частоти розв’язку ( $\omega \rightarrow 0$ ) відстань між зв’язаними солітонами прагне до  $2z_0 \approx -\lambda = |\lambda|$ , а амплітуда коливань дефекту, як і в попередньому випадку, прагне до нуля.

Амплітуда солітонів також прагне до нуля:  $A|_{\omega=0} = u(z = \pm z_0)|_{\omega=0} = \varepsilon|_{\omega=0} = 0$ , і ця границя є малоамплітудною.

У випадку (с) елементарні збудження відштовхуються одне від одного, але притягуються до дефекту. Профіль локалізованого стану схожий на розподіл поля у випадку (а), але у лінійній границі ( $\omega \rightarrow 0$ ) амплітуда коливання дефекту прямує тепер до скінченної величини:  $u(z=0)|_{\omega \rightarrow 0} \approx 2/\lambda$ , а сам розв'язок для локалізованого стану трансформується у функцію зі степеневими асимптотами на нескінченності:  $u(z) = (|z| + \lambda/2)^{-1}$ .

З аналізу трьох можливих нелінійних локалізованих станів встановлено, що, на відміну від системи з лінійним дефектом [2\*], локалізовані стани в розглянутій системі існують в одному частотному інтервалі:  $-\infty < \omega < 0$ .

Проведено квазікласичне квантування знайдених нелінійних локалізованих станів і показано, що за будь-якого знаку  $\sigma$  залежності частоти  $\omega$  та повної енергії локалізованого стану  $W$  від повного числа зв'язаних у ньому елементарних збуджень  $N$  мають вигляд:

$$\omega(N) = -\left(\frac{N}{4}\right)^2 \left(\frac{4 - \lambda N}{2 - \lambda N}\right)^2, \quad W(N) = \frac{N^3}{6} - \frac{\lambda N^4}{32} - \frac{N^3}{32} \cdot \frac{(4 - \lambda N)^2}{2 - \lambda N}. \quad (2)$$

На рис. 1 наведено отримані функціональні залежності (2) для усіх трьох типів нелінійних локалізованих станів.

Методом Вахітова-Колоколова [4\*] досліджено стійкість усіх трьох типів нелінійних локалізованих станів відносно малих збурень амплітуди та фази. Показано, що наявність притягуючого дефекту слугує фактором, стабілізуючим локалізований стан. При цьому локалізований на нелінійному дефектному шарі стан є стійким як у випадку взаємного тяжіння між збудженнями середовища ( $\sigma = +1$ ), так і у випадку їх взаємного відштовхування ( $\sigma = -1$ ).

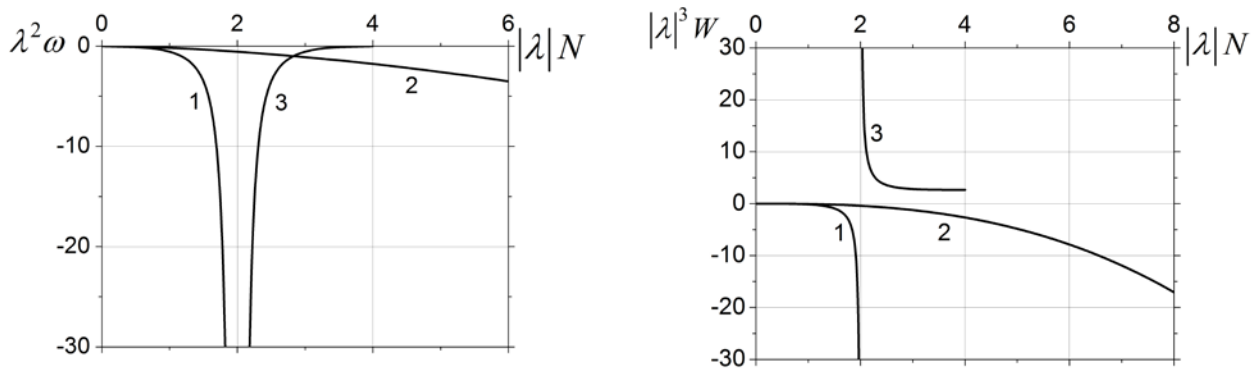


Рис. 1. Залежності  $\omega = \omega(N)$  та  $W = W(N)$  для трьох типів нелінійних локалізованих станів: (а)  $\sigma = +1$ ,  $\lambda = +1$  (крива 1); (б)  $\sigma = +1$ ,  $\lambda = -1$  (крива 2); (с)  $\sigma = -1$ ,  $\lambda = +1$  (крива 3).



Показано, що у випадку (а) локалізований стан є стійким, а антисиметричні додатки до розв'язку описують малі коливання центру локалізованого стану відносно площини дефектного шару з частотою  $\nu \approx \varepsilon^2 \sqrt{2\lambda\varepsilon}$ . У випадку (с) нелінійний локалізований стан також є стійким, проте коливальна мода, зв'язана з другим дискретним рівнем, відсутня. У випадку (b) локалізований стан нестійкий, що проявляється в експоненціальному зростанні просторово-антисиметричного доданку до розв'язку з інкрементом зростання  $\Omega \approx \varepsilon^2 \sqrt{2|\lambda|\varepsilon}$ .

У **підрозділі 2.2** встановлено особливості нелінійних станів, локалізованих біля “комбінованого” дефекту (плоского дефектного шару), в описанні якого присутні лінійна та нелінійна складові ( $U = -\delta(z) [q + \lambda |u|^2]$  в рівнянні (1)), в ангармонічному середовищі при різних типах його нелінійності та різному характері взаємодії елементарних збуджень середовища з нелінійним дефектним шаром.

Така ситуація реалізується, наприклад, у тому випадку, коли середовище проявляє нелінійні властивості або може розглядатися у лінійному наближенні, але через локалізацію хвилі у плоскому дефектному шарі (хвилеводі) або локалізацію коливання на збуренні (дефекті) середовища, у ньому проявляються нелінійні властивості.

При певних комбінаціях знаків і співвідношеннях параметрів  $q$  і  $\lambda$  елементарні збудження середовища відштовхуються або притягуються до плоского дефектного шару. Так, наприклад, при  $q > 0$  та  $\lambda > 0$  елементарні збудження середовища ефективно притягуються до дефектного шару, а при  $q < 0$  та  $\lambda < 0$  – відштовхуються від нього.

Для випадку “комбінованого” лінійно-нелінійного дефектного шару в ангармонічному середовищі знайдено локалізовані стаціонарні розв'язки та визначено області існування локалізованих станів у випадках  $\sigma = +1$  та  $\sigma = -1$ . Проведено квазікласичне квантування та показано, що залежності  $\omega(N)$  і  $W(N)$  незалежно від характеру взаємодії елементарних збуджень в середовищі набувають вигляду:

$$\omega(N) = - \left[ \frac{N(4 - Nq) + \sigma 4\lambda}{4(2 - Nq)} \right]^2, \quad (3)$$

$$W(N) = \sigma \frac{N^2\lambda}{4} + \frac{N^3}{6} - \frac{N^4q}{32} - \frac{N [N(4 - Nq) + \sigma 4\lambda]^2}{32(2 - Nq)}. \quad (4)$$

Встановлено особливості стійкості всіх типів знайдених нелінійних локалізованих розв'язків відносно малих збурень амплітуди та фази з використанням схеми Вахітова-Колоколова [4\*]. Показано, що у випадку  $\sigma = +1$  при від'ємних значеннях  $q$  і  $\lambda$  виникають експоненціально зростаючі збурення за рахунок просторово-антисиметричної добавки, отже, солітонний розв'язок нестійкий; у випадку  $\sigma = +1$ ,  $q > 0$ ,  $\lambda > 0$  солітонний стан виявляється стійким, а антисиметричні доданки до розв'язку описують малі коливання центру локалізованого стану відносно місця розташування дефекту; у випадку  $\sigma = +1$ ,  $q > 0$ ,  $\lambda < 0$  ( $q\lambda < 0$ ) солітонний розв'язок є стійким при значеннях  $\omega \geq -q/|\lambda|$ , і, відповідно, нестійким при  $\omega < -q/|\lambda|$ . Навпаки, у випадку  $\sigma = +1$ ,  $q < 0$ ,  $\lambda > 0$  ( $q\lambda < 0$ ) солітонний розв'язок стійкий при значеннях  $\omega < -|q|/\lambda$ , і нестійкий при  $\omega \geq -|q|/\lambda$ . Показано, що у випадку  $\sigma = -1$  існуючі локалізовані стани є стійкими, але коливальна мода відсутня.

У **третьому розділі** “Локалізація нелінійних спінових хвиль у магнітних мультишарових структурах з плоскими магнітними дефектами” сформульовано модель для дослідження нелінійних спінових хвиль у магнітних мультишарових матеріалах. Розглянуто магнетик з нелінійними характеристиками, що містить вузькі шари, які відрізняються своїми магнітними властивостями від оточуючої їх матриці. Мультишаровими магнітними системами такого типу можуть бути шаруваті структури типу ФМ/ФМ, ФМ/АФМ, АФМ/АФМ та деякі інші з різними магнітними властивостями шарів. Досліджено локалізовані стани нелінійних спінових хвиль у магнітній системі з плоским магнітним дефектом.

У **підрозділі 3.1** проведено аналітичне дослідження для випадку шаруватого легковісного ФМ з різними значеннями константи одноіонної анізотропії у вузьких шарах (плоских магнітних дефектах) і в областях поза ними. У загальному випадку в шаруватому магнетикі з анізотропією типу “легка вісь”, магнітні шари якого перпендикулярні осі  $z$  (рис. 2), магнітні характеристики – модуль вектора намагніченості  $M_0$ , сталі неоднорідної обмінної взаємодії  $\alpha$  та магнітної анізотропії  $\beta$  – є періодичними функціями координати  $z$ .

Розглянуто частинний випадок, коли  $M_0 = \text{const}$  та  $\alpha = \text{const}$ , а шари розрізняються лише значеннями одноіонної анізотропії  $\beta = \beta(z)$ :

$$\beta(z) = \beta_0 - \beta_1(z) = \begin{cases} \beta_0 & \text{для } b + 2an \leq z < 2a(1+n), \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \text{область (II);} \\ \beta_0 - \beta_1 & \text{для } 2an \leq z < b + 2an, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \text{область (I).} \end{cases} \quad (5)$$

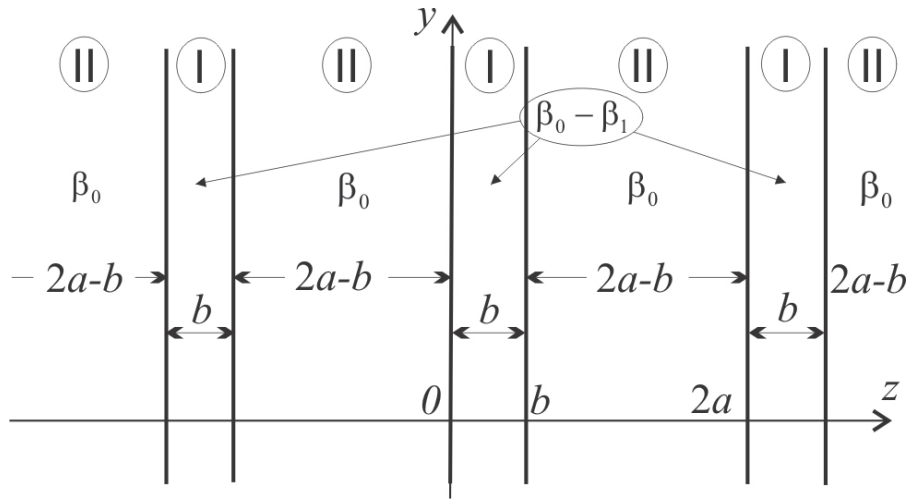


Рис. 2. Шаруватий ФМ з анізотропією типу “легка вісь” з вузькими шарами товщиною  $b$  і відстанню  $2a - b$  між ними. “Легка вісь” спрямована уздовж осі  $Oz$ .

У ряді випадків це відповідає реальній фізичній ситуації, навіть не в чисто ФМ системі: наприклад, в мультишарових структурах  $Co/CoO$  значення  $M_0$  та  $\alpha$  однакові у всіх шарах, а значення  $\beta$  відрізняються [5\*].

Для шаруватої системи такого типу рівняння Ландау-Ліфшиця для вектора намагніченості в довгохвильовому наближенні у випадку достатньо вузьких плоских магнітних шарів (I), тобто при  $b/(2a - b) \sim b/a \ll 1$ , зводиться до НРШ у безрозмірних змінних з періодичною послідовністю  $\delta$ -функцій:

$$-i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2|u|^2 u = -q \cdot \sum_n \delta(z - 2an) \cdot u. \quad (6)$$

“Потужність” плоских магнітних дефектів  $q$  визначається виразом:  $q = (\beta_1/\beta_0) \cdot (b/l_0)$ , де  $l_0 = \sqrt{\alpha/\beta}$  – магнітна довжина, що відноситься до широких шарів (II) магнетика.

В якості першого кроку описання такого типу магнітної системи у **підрозділі 3.2** досліджено тришарову структуру типу магнітний сандвіч з одним плоским магнітним (дефектним) шаром між двома звичайними ФМ шарами. Цей окремий випадок відповідає постановці задачі в [6\*]. Але на відміну від [6\*], де в рамках рівняння Ландау-Ліфшиця вивчено нелінійні внутрішні спінові хвилі довільної амплітуди, в цьому підрозділі досліджено малоамплітудні локалізовані нелінійні стани солітонного типу.

Для опису системи з одним плоским магнітним шаром використовується НРШ (6) з правою частиною вигляду  $-q\delta(z)u$ , де  $q = (\beta_1/\beta_0) \cdot (b/l_0)$ . Розв’язок цього рівняння для локалізованої спінової хвилі, що задовольняє граничним умовам, має вигляд  $u(z, t) = \varepsilon \operatorname{ch}^{-1}[\varepsilon(|z| - z_0)] \cdot \exp\{i\omega t\}$ , де параметр  $\varepsilon = \sqrt{-\omega}$

характеризує частоту та амплітуду солітонного збудження. Для легковісного ФМ  $q > 0$ , параметр  $z_0$  від'ємний, тому максимум амплітуди локалізованого солітонного стану знаходиться в точці розташування магнітного шару. Елементарні збудження локалізованого стану притягуються між собою та до магнітного дефекту.

За результатами дослідження стійкості нелінійного локалізованого стану відносно малих збурень амплітуди та фази, з'ясовано, що локалізований стан тришарової магнітної структури є стійким.

У **четвертому розділі** “Нелінійні локалізовані стани в середовищі з двома ідентичними плоскими дефектними шарами/інтерфейсами” встановлено особливості локалізованих станів нелінійних хвиль у системах з двома ідентичними плоскими дефектними шарами або інтерфейсами.

У **підрозділі 4.1** проведено аналітичне дослідження характеру локалізації нелінійних хвиль, що розповсюджуються в середовищі вздовж системи двох плоских дефектних шарів (хвилеводів). Визначено особливості нелінійних локалізованих станів у таких структурах, інтеграли руху, знайдено повну енергію системи. У випадках двох нелінійних дефектних шарів у гармонічному середовищі (пункт 4.1.1) та двох лінійних дефектних шарів в ангармонічному середовищі (пункт 4.1.3) знайдено силу взаємодії між шарами.

У **пункті 4.1.1** досліджено особливості локалізованих станів нелінійних хвиль, що розповсюджуються в гармонічному середовищі уздовж системи двох плоских нелінійних дефектних шарів (хвилеводів). Нелінійні доданки можна враховувати лише всередині самих дефектних шарів (які передбачаються набагато вужчими ніж відстань між ними) за умови слабкого зв'язку між шарами, тоді амплітуда поля в них суттєво перевищує середню амплітуду в середовищі навколо шарів. Аналогічна ситуація виникає і в тому випадку, коли плоскі дефектні шари або оптичні хвилеводи знаходяться у вакуумі.

У такій системі рівняння для повільної обвідної поля  $u(z, t)$  має вигляд рівняння (1) з  $\sigma = 0$  і  $U = -\lambda [\delta(z+a) + \delta(z-a)] |u|^2$ . Дефектні шари розташовані симетрично відносно площини  $Oxy$  на відстані  $a$  від неї ( $z_l = \pm a$ ), а вісь  $Ox$  спрямована уздовж напрямку розповсюдження хвилі. Плоскі дефекти притягують лінійні хвилі (відіграють роль хвилеводів), тому параметр  $\lambda > 0$ .

При слабкому зв'язку між хвилеводами (плоскими дефектними шарами) рівняння для системи зводяться до рівнянь, що описують коливання двох слабозв'язаних ангармонічних осциляторів.

Для локалізованої в системі двох хвилеводів нелінійної хвилі знайдено точні розв'язки, а з граничних умов випливає, що в системі існують 3 типи можливих стаціонарних станів: симетричний (S), антисиметричний (A) та

неоднорідний (N), який відщеплюється від симетричного (S) шляхом біфуркації при значенні частоти  $\omega_b = -\ln^2 2 / (4a^2)$ . Знайдено залежність повної енергії системи  $W$  від повного числа елементарних збуджень  $N$  у локалізованому стані, яка виявляється універсальною для всіх типів стаціонарних станів і має вигляд:

$$W_i = \omega N_i + \frac{\lambda}{2} (A_{i1}^4 + A_{i2}^4), \quad (7)$$

де індекс  $i$  може відповідати симетричному (S), антисиметричному (A) або неоднорідному стану (N);  $N_i$ ,  $A_{i1} = u(z = -a)$  і  $A_{i2} = u(z = +a)$  – повне число елементарних збуджень і амплітуди поля в місцях розташування плоских дефектних шарів для відповідних типів локалізованих станів.

Знайдено точно силу взаємодії між плоскими шарами  $F_i = -\partial W_i(\omega, a, \lambda) / \partial(2a)$  для всіх трьох типів локалізованих станів.

У **пункті 4.1.2** досліджено особливості локалізації нелінійних хвиль, що розповсюджуються в гармонічному середовищі уздовж системи двох “комбінованих” лінійно-нелінійних дефектних шарів (хвилеводів). Цей випадок є узагальненням описання плоских нелінійних дефектів, систему з якими досліджено в пункті 4.1.1.

Для такої системи з двома “комбінованими” дефектними шарами  $\sigma = 0$  та  $U = -[\delta(z+a) + \delta(z-a)] [q + \lambda |u|^2]$ . Вигляд розв’язку у порівнянні з системою двох нелінійних плоских дефектів у гармонічному середовищі не змінюється, і так само в системі існують 3 типи можливих локалізованих станів: симетричний (S), антисиметричний (A) і неоднорідний (N), який відщеплюється від симетричного (S) шляхом біфуркації. Проте іншими виявляються залежності для основних характеристик системи: амплітуд поля в хвилеводах  $A_{i1} = u(z = -a)$  і  $A_{i2} = u(z = +a)$ , повного числа елементарних збуджень  $N_i$  у локалізованому стані та повної енергії системи  $W_i$  від частоти розв’язку  $\omega$  для всіх трьох типів локалізованих станів.

У **пункті 4.1.3** описано локалізовані стани нелінійних хвиль, що розповсюджуються уздовж системи двох плоских дефектних шарів (хвилеводів), але в ангармонічному середовищі та у випадку, коли дефектні шари описуються лінійними за полем  $\delta$ -функційними збуреннями.

Для такої системи рівняння для повільної обвідної поля  $u(z, t)$  має вигляд рівняння (1) з  $\sigma \neq 0$ , де у випадку лінійних дефектних шарів  $U(z) = -q[\delta(z+a) + \delta(z-a)]$ . У випадку, коли плоскі дефекти відіграють роль хвилеводів, параметр  $q > 0$ . Так само в системі існують 3 типи локалізованих

станів: симетричний (S), антисиметричний (A) і неоднорідний (N), але тепер характер залежностей  $N_i(\omega)$  для усіх типів локалізованих станів суттєво залежить від характеру нелінійності середовища навколо шарів: фокусууючого середовища ( $\sigma = +1$ ) і дефокусууючого ( $\sigma = -1$ ).

Для такої системи у випадку фокусууючого середовища, для найбільш цікавого серед інших симетричного стану (S) знайдено точні вирази для повного числа елементарних збуджень у локалізованому стані  $N_S = N_S(\omega, a, q)$ , повної енергії системи  $W_S = W_S(\omega, a, q)$  та сили, з якою взаємодіють плоскі дефектні шари:  $F_S = -\partial W_S(\omega, a, q)/\partial(2a)$ .

У **підрозділі 4.2** встановлено характер локалізації нелінійних хвиль при їх розповсюдженні у фокусууючому ангармонічному середовищі уздовж системи двох паралельних тонких дефектних площин (інтерфейсів), які відштовхують хвилю. Цей випадок є протилежним до того, який розглянуто в пункті 4.1.3, – тепер нелінійний хвильовий потік локалізується, головним чином, в області між відштовхуючими нелінійну хвилю дефектними площинами, які моделюють межі розділу оптичних середовищ (інтерфейси).

Для такої системи рівняння для обвідної поля  $u(z, t)$  має вигляд рівняння (1) з  $\sigma = +1$  і  $U(z) = -q[\delta(z+a) + \delta(z-a)]$ , але тепер плоскі дефекти відштовхують хвилю: параметр  $q < 0$ . Показано, що для стаціонарних просторово-локалізованих станів симетричний розв'язок в областях  $z < -a$  (1),  $z > a$  (2) і  $-a < z < a$  (3) набуває вигляду:

$$u_{1,2}(z) = \frac{\varepsilon}{\text{ch}[\varepsilon(z \mp z_0)]}, \quad u_3(z) = \kappa\eta \cdot \text{cn}(\eta z, \kappa), \quad (8)$$

де параметр  $\varepsilon = \sqrt{-\omega}$ ,  $\text{cn}(p, \kappa)$  – еліптичний косинус Якобі з модулем  $\kappa$  ( $\kappa' = \sqrt{1 - \kappa^2}$ ) та  $\eta = \varepsilon/\sqrt{2\kappa^2 - 1}$ . Локалізованому між інтерфейсами стану відповідають значення параметра  $z_0 > -a$ . Розв'язок (8) є однопараметричним і повністю характеризується значенням  $\varepsilon$ . Параметри  $\kappa$  та  $z_0$  можуть бути виражені через  $\varepsilon$  з граничних умов при  $z = \mp a$ .

Досліджено граничні випадки та доведено, що у випадку  $\kappa \rightarrow 1$  ( $\kappa' \ll 1$ ) хвильовий потік має типовий солітонний профіль  $u_3(z) \approx \varepsilon \cdot \text{ch}^{-1}(\varepsilon z)$  і ширина локалізованого потоку набагато менша, ніж відстань між інтерфейсами:  $\Delta \sim 1/\varepsilon \ll a$ , а взаємодія нелінійної локалізованої хвилі з відштовхуючими площинами експоненціально мала:  $u(\pm a)/u(0) \sim \exp(-\varepsilon a)$ . Показано, що іншому граничному випадку  $z_0 \rightarrow -a$  з частотами  $\omega$ , близькими до краю зони

лінійних хвиль, відповідає значення модуля  $\kappa$ , яке дещо перевищує значення  $\kappa^* = 1/\sqrt{2}$ . Для цього граничного випадку знайдено розв'язок в області між інтерфейсами, який має вигляд

$$u_3(z) \approx \frac{K(\kappa^*)}{\sqrt{2}a} \cdot \operatorname{cn} \left[ \frac{K(\kappa^*) \cdot z}{a}, \kappa^* \right], \quad (9)$$

де  $K(\kappa)$  – повний еліптичний інтеграл першого роду, а частота потоку визначається за допомогою критичного значення параметра  $\varepsilon$ :  $\omega_c = -\varepsilon_c^2$ , де  $\varepsilon_c \approx K^2(\kappa^*)/(2|q|a^2)$ . За умови великої відстані між дефектними площинами  $2a \gg 1$  маємо  $\varepsilon_c \ll 1$ , тобто критичне значення частоти  $\omega_c$  лежить поблизу краю зони лінійних хвиль. Таким чином, з розв'язку (9) та значення критичної частоти  $\omega_c$  випливає, що хвильовий потік знову локалізований здебільшого в області між плоскими відштовхуючими інтерфейсами: амплітуда поля в центрі потоку  $u(0) \sim 1/a$  набагато більша за значення поля на інтерфейсах  $u(\pm a) \sim 1/a^2$ . Однак тепер характерна ширина хвильового потоку, як свідчить (9), має порядок величини відстані між інтерфейсами:  $\Delta \sim a$ .

Показано, що у критичній точці  $\omega = \omega_c$  ( $\varepsilon = \varepsilon_c$ ) розв'язок змінює свій характер: з'являються додаткові максимуми амплітуди в областях  $z < -a$  (1) і  $z > a$  (2), тобто хвильовий потік починає “виходити” з області між відштовхуючими хвилю дефектними площинами. Аналітично знайдено повне

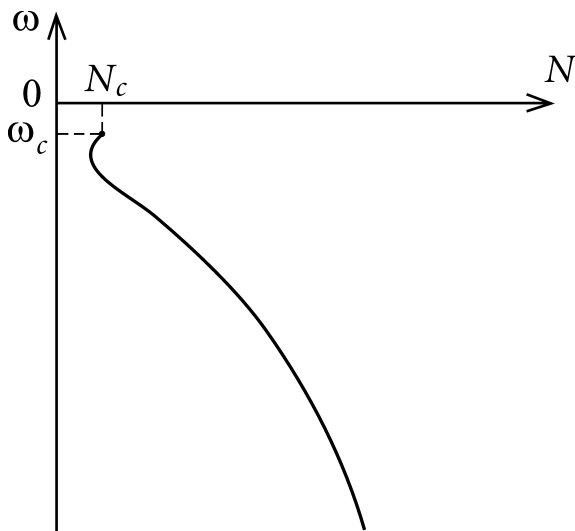


Рис. 3. Залежність  $\omega = \omega(N)$  для нелінійного стану, локалізованого між відштовхуючими хвилю дефектними площинами в фокусууючому середовищі.

число елементарних збуджень у локалізованому стані в критичній точці:

$$N_c \approx [K(\kappa^*)/(\sqrt{2}a)] \cdot [dK(\kappa)/d\kappa] \Big|_{\kappa=\kappa^*},$$

та залежність  $\varepsilon = \varepsilon(N)$  поблизу критичної точки. Залежність  $\omega = \omega(N)$  в усьому діапазоні зміни частоти  $\omega$  надано на рис. 3.

На основі аналізу одержаних результатів зроблено висновок, що у вузькій області поблизу критичної точки  $\Delta N \sim 1/a^5 \ll 1$  і відбувається швидка зміна залежності  $\omega = \omega(N)$ .

У п'ятому розділі “Локалізовані стани в системах з пастками, що моделюються прямокутними потенціальними ямами” визначено особливості локалізованих станів у середовищах з однією пасткою (підрозділ 5.1) та двома ідентичними пастками або дефектними шарами (підрозділ 5.2), що моделюються прямокутними потенціальними ямами, в залежності від лінійності/нелінійності середовищ у потенціальних ямах та в областях поза ними (розглянуто нелінійні середовища з відштовхуванням). Системи такого типу можуть моделювати двошарову мембрану, застосовуватись для вивчення конденсації Бозе-Ейнштейна в системах різного типу (див., наприклад, [7\*]), адсорбції полімерів у системах з інтерфейсами тощо.

У підрозділі 5.1 вивчено локалізовані стани в системі з однією пасткою, яка моделюється прямокутною потенціальною ямою. Прикладом системи, для вивчення якої використовується модель такого типу, може бути одновимірний бозонний газ в однорідному потенціалі. Такого типу газ може бути отриманий шляхом створення конденсату в подовженій пастці. Також ця система може слугувати моделлю для опису адсорбції полімерного ланцюжка біля інтерфейсу.

Досліджено модельну систему, що складається з потенціалу  $-U_0$  ( $U_0 > 0$ ) у вигляді прямокутної ями шириною  $2d$ . Рівняння, що описує таку систему, має вигляд рівняння (1) з  $U = -U_0$  в області  $|z| < d$  (3) і  $U = 0$  в областях  $z < -d$  (1) і  $z > d$  (2). У випадку лінійного середовища в рівнянні (1) слід покласти  $\sigma = 0$ . Визначено стаціонарні локалізовані розв'язки вигляду  $u(z, t) = u(z) \cdot \exp\{-i\mu t\}$ .

Дослідження проведено для випадку нелінійного середовища з відштовхуванням. Для полімерних систем це відповідає відштовхуючому характерові взаємодії виключеного об'єму.

При знаходженні розв'язків послідовно розглянуто випадки, коли середовище у потенціальній ямі ( $|x| < d$  (3)) і навколишнє середовище (області  $z < -d$  (1) і  $z > d$  (2)) володіють лінійними та нелінійними властивостями. Знайдено точні розв'язки для усіх випадків. На відміну від розв'язків для лінійного середовища в ямі, розв'язки у випадку нелінійного середовища в потенціальній ямі виражаються через еліптичні функції Якобі. Знайдено також повне число елементарних збуджень у системі для зазначених випадків і доведено, що у випадку полімерів система може досягти стану насичення лише за умови нелінійності середовища в областях  $z < -d$  (1) і  $z > d$  (2) незалежно від характеру середовища у потенціальній ямі. Для цих випадків знайдено точні вирази для повного числа елементарних збуджень у полімерній системі в стані насичення.



У **підрозділі 5.2** визначено особливості локалізованих станів у системі з двома пастками, які моделюються прямокутними потенціальними ямами.

Розглянуто систему, що складається з двох ідентичних потенціалів  $-U_0$  ( $U_0 > 0$ ) у вигляді прямокутних ям шириною  $d$ , що знаходяться на відстані  $2a$  одна від одної. Рівняння, що описує систему, має вигляд рівняння (1) з потенціалом:  $U = -U_0$  в областях  $-(d+a) < z < -a$  (4) і  $a < z < a+d$  (5);  $U = 0$  в областях  $z < -(d+a)$  (1),  $z > a+d$  (2) і  $|z| < a$  (3). Розглянуто випадок нелінійного середовища з відштовхуванням:  $\sigma = -1$ .

Послідовно досліджено випадки, коли середовище всередині ям і навколишнє середовище володіють лінійними і нелінійними властивостями. Знайдено стаціонарні локалізовані розв'язки для всіх випадків в умовах неперервності хвильової функції та її першої похідної на межах потенціальних ям і навколишнього середовища. Обчислено повне число елементарних збуджень у системі в усіх зазначених випадках.

У **шостому розділі** “Локалізовані стани нелінійних хвиль і “суперсолітони” у періодичних структурах” з'ясовано особливості локалізованих станів нелінійних хвиль у періодичній системі “комбінованих” лінійно-нелінійних плоских дефектних шарів (хвилеводів) у лінійному середовищі (підрозділ 6.1), характер локалізації нелінійних хвиль та утворення “суперсолітонів” в ангармонічних періодичних модульованих середовищах (підрозділ 6.2) та особливості локалізації нелінійних збуджень у несумірних структурах (підрозділ 6.3).

У **підрозділі 6.1** з'ясовано особливості локалізації оптичного потоку, що розповсюджується в гармонічному середовищі уздовж періодично розташованих “комбінованих” лінійно-нелінійних дефектних шарів (хвилеводів). У такій системі рівняння для повільної обвідної поля  $u(z,t)$  має вигляд рівняння (1) з  $U = -\left[ q + \lambda |u|^2 \right] \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(z - 2an)$  і  $\sigma = 0$ , де  $2a$  – відстань між хвилеводами, а параметри  $q$  і  $\lambda$  визначають властивості хвилеводів і разом з величиною поля  $u$  – характер та інтенсивність взаємодії хвилеводів з елементарними збудженнями оточуючого середовища.

Як впливає з теорії зв'язаних ангармонічних осциляторів, число стаціонарних режимів у системі збільшується зі зростанням кількості ангармонічних осциляторів. При фіксованій частоті просторово-локалізований стан синфазно осцилюючих частинок (“дискретний брізер”) має мінімальну енергію. За рахунок цього точка біфуркації зміщується в область з малими енергіями зі зростанням кількості зв'язаних осциляторів. У нескінченному ланцюгу осциляторів “брізерний стан” може існувати за будь-яких малих

енергій. У нашому випадку за певних умов періодична система паралельних плоских хвилеводів також може бути зведена до періодичної системи зв'язаних ангармонічних осциляторів.

Знайдено стаціонарні розв'язки в областях між хвилеводами. З'ясовано характер локалізованих станів у різних граничних випадках.

У **підрозділі 6.2** досліджено особливості локалізації оптичного потоку, що розповсюджується в ангармонічному середовищі уздовж періодичної системи плоских хвилеводів. Рівняння, що описує систему, має вигляд рівняння (1) з  $\sigma \neq 0$ , а періодична система хвилеводів моделюється потенціалом  $U(z) = -q \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(z - 2an)$ , де параметр  $q > 0$  для хвилеводів і характеризує інтенсивність їхньої взаємодії з елементарними збудженнями оточуючого нелінійного середовища. Розглянуто випадок фокусуємого середовища:  $\sigma = +1$ .

Знайдено стаціонарні просторово-локалізовані розв'язки у випадку слабкого зв'язку між хвилеводами та солітонних станів малої амплітуди. Виведено систему різницевих рівнянь для амплітуд поля в хвилеводах  $A_n$  і визначено параметр, який описує ефективну взаємодію хвилеводів:  $\chi \sim q^2 \exp(-qa)$ . Коефіцієнти у виведеній системі рівнянь є функціями характеристик структурованого середовища та хвилі.

Передбачена можливість виникнення “суперсолітону” в системі хвилеводів (результуючої просторової локалізації хвильового потоку на великій кількості сусідніх хвилеводів) за умови, що область локалізації нелінійної хвилі в періодичній системі суттєво перевищує період системи. У цьому випадку існує обмеження для амплітуд поля в хвилеводах:  $A_n \ll q \exp(-qa/2)$ . Зазначено, що просторово-локалізований стан утворюється при певних початкових характеристиках хвильового потоку, а умова виникнення “суперсолітону” має вигляд:  $A_{\max} \geq 1,32 q \cdot \exp(-qa/2)$ .

У **підрозділі 6.3** аналітично досліджено нелінійну динаміку несумірного поверхневого шару та особливості нелінійних збуджень періодичної солітонної ґратки.

Динамічні рівняння для атомних зміщень у моделі Френкеля-Конторової у довгохвильовому наближенні зводяться до рівняння синус-Гордона, яке припускає статичний періодичний розв'язок для основного стану, що описує періодичну систему кінків. При цьому спектр лінійних збуджень має щілину, і виникає можливість існування щілинних солітонів.

Встановлено, що швидкість однопараметричних кінків, які розповсюджуються через солітонну ґратку, має обмеження як зверху, так і

знизу. Знайдено точний розв'язок для кінку, що рухається на фоні періодичної ґратки кінків, і його середню швидкість. Проведено аналіз граничних випадків для знайденого розв'язку. У випадку, коли відносні коливання сусідніх кінків істотно менші їхньої ширини, знайдено розв'язок для “суперкінку” на фоні ґратки кінків.

Поблизу нижньої межі щілини спектру в довгохвильовому наближенні знайдено розв'язки для малоамплітудних періодичних за часом нелінійних збуджень, що знаходяться під щілиною спектру (у вигляді “темних антифазних солітонів”) та в щілині.

У **сьомому розділі** “Локалізація реальних полімерних ланцюжків у системі інтерфейсів” встановлено характер адсорбції (локалізації) полімерних ланцюжків у системі двох інтерфейсів у рамках наближення середнього поля з урахуванням взаємодії виключеного об'єму, внаслідок якої виникають ефекти насичення на поверхнях та інтерфейсах. Отже, урахування взаємодії виключеного об'єму є вкрай важливим для розуміння фізики реальних полімерів, що знаходяться поблизу інтерфейсів і поверхонь.

У **підрозділі 7.1** визначено характер локалізації полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів, які притягують ланцюжки, у випадку нульової концентрації полімеру на нескінченності (локалізований стан).

Для описання адсорбції полімерних ланцюжків на поверхнях (інтерфейсах) застосовано рівняння Едвардса, яке, з урахуванням взаємодії виключеного об'єму та наявності двох проникних інтерфейсів, зведено до такого:

$$-\frac{d^2\psi}{dz^2} + 2\psi^3 - q \cdot [\delta(z+a) + \delta(z-a)] \cdot \psi = \mu \cdot \psi, \quad (10)$$

де  $\psi(z)$  – безрозмірна функція стану полімерного ланцюжка, зв'язана з власним значенням  $\mu$ . Для нашої полімерної системи враховано відштовхування між мономерами (додатній виключений об'єм) і тяжіння мономерів до інтерфейсів ( $q > 0$ ).

Знайдено симетричний розв'язок, який відповідає домінуванню основного стану в системі. Здобуто точні вирази для повного числа мономерів  $N$  в системі та повної енергії системи  $W$ . Розроблено аналітичний метод знаходження та аналізу характеристик полімерної системи шляхом введення нових масштабних змінних у стані насичення системи та отримано універсальні залежності для “зведених” повного числа мономерів  $n_{sat} = N_{sat}/q$ , повної енергії  $w_{sat} = W_{sat}/q^3$  та сили  $f_{sat} = F_{sat}/q^4$ , що діє між інтерфейсами, як функцій лише “зведеної” відстані між інтерфейсами  $y = qa$ . Встановлено, що

залежність  $n_{sat}(y)$  має характерний мінімум, а залежність  $w_{sat}(y)$  є монотонно зростаючою функцією від відстані між проникними інтерфейсами. Доведено, що сила  $f_{sat}(y)$  є суто силою тяжіння, яка монотонно прямує до нуля зі збільшенням відстані між інтерфейсами. Відзначено, що система знаходиться у динамічній рівновазі в точці насичення.

Розвинена теорія може бути застосована для вивчення адсорбції (локалізації) полімерів, яка відбувається з сильно розбавлених розчинів полімерів.

У **підрозділі 7.2** встановлено особливості адсорбції полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів у випадку фіксованої концентрації полімеру на нескінченності.

Для описання адсорбції полімерних ланцюжків у такій системі використано рівняння (10) і знайдено розв'язок, який задовольняє умову фіксованої концентрації полімеру на нескінченності  $\psi^2(z) \rightarrow c$  при  $|z| \rightarrow \infty$ . За цієї умови для розв'язку отримано співвідношення  $\mu = 2c$ . За допомогою введення нових масштабних змінних і крайових умов отримано точні універсальні залежності для розв'язку та амплітуд у місцях розташування інтерфейсів як функцій “зведеної” відстані між інтерфейсами та “зведеного” параметру тяжіння мономерів до інтерфейсів. Проведено якісний аналіз у граничних випадках малої та великої відстані між інтерфейсами.

У **підрозділі 7.3** встановлено характер адсорбції реальних полімерних ланцюжків між двома жорсткими поверхнями (інтерфейсами), які є непроникними, проте притягуючими для полімерних ланцюжків.

Знайдено точний розв'язок в області між поверхнями (концентрація полімеру поза цією областю дорівнює нулю). За допомогою розробленого аналітичного методу шляхом введення нових масштабних змінних у стані насичення системи отримано універсальні залежності для “зведених” повного числа мономерів  $n_{sat}^c = N_{sat}^c / q$ , повної енергії  $w_{sat}^c = W_{sat}^c / q^3$  та сили  $f_{sat}^c = F_{sat}^c / q^4$ , що діє між жорсткими поверхнями завдяки зв'язку інтерфейс-полімер, як функцій лише “зведеної” відстані між інтерфейсами  $y = qa$ .

Проведено порівняння результатів, здобутих у цьому підрозділі, з результатами підрозділу 7.1 для локалізації полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів. Доведено, що, на відміну від випадку двох проникних інтерфейсів, залежність  $n_{sat}^c(y)$  монотонно спадає до нуля зі зменшенням відстані між інтерфейсами. Встановлено, що у всьому діапазоні відстаней між інтерфейсами залежність для повної енергії  $w_{sat}^c < w_{sat}$ . При цьому число мономерів у стані насичення, локалізованих в області між

жорсткими поверхнями, набагато менше, ніж у випадку двох проникних інтерфейсів. Показано, що сила  $f_{sat}^c$  є силою тяжіння, як і в системі двох проникних інтерфейсів, і також монотонно прямує до нуля зі збільшенням відстані між жорсткими поверхнями, причому  $|f_{sat}^c| > |f_{sat}|$  у всьому діапазоні відстаней між інтерфейсами.

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано важливу проблему сучасної нелінійної фізики: побудовано теоретичні моделі нелінійних локалізованих станів у структурованих середовищах різної фізичної природи та різного типу, в неоднорідних дефектних середовищах і періодичних структурах. Зокрема, на захист виносяться наступні результати:

1. Вперше в рамках квазікласичного підходу аналітично описано всі можливі нелінійні стани, локалізовані біля одиночного дефекту (дефектного шару) в ангармонічному середовищі у випадках нелінійного дефекту та “комбінованого” дефекту з лінійною та нелінійною складовими. Враховано всі можливі знаки ангармонізмів середовища та характери взаємодії дефектного шару з оточуючим середовищем. Показано, що локалізовані поблизу нелінійного дефектного шару нелінійні стани можуть існувати за будь-якого знаку ангармонізмів середовища у випадку тяжіння елементарних збуджень до дефектного шару. Встановлено, що при взаємному тяжінні між елементарними збудженнями середовища локалізація нелінійного збудження поблизу дефектного шару можлива навіть при відштовхуванні елементарних збуджень від дефекту. Вперше методом Вахітова-Колоколова визначено умови стійкості усіх нелінійних локалізованих станів в ангармонічному середовищі з дефектом (дефектним шаром) у випадках нелінійного та “комбінованого” дефектів. Показано, що наявність притягуючого дефекту слугує фактором, стабілізуючим локалізований стан. При цьому локалізований на дефектному шарі стан є стійким як у випадку взаємного тяжіння між збудженнями середовища, так і у випадку їх взаємного відштовхування.
2. Теоретично обґрунтовано, що у довгохвильовому наближенні має місце локалізація нелінійних спінових хвиль у шаруватих магнітних структурах з дефектним магнітним шаром (плоским магнітним дефектом). З'ясовано властивості та умови стійкості локалізованого магнітного стану у тришаровій магнітній структурі. У спектрі малих збуджень солітонного стану існує мода коливань його центру тяжіння відносно магнітного шару.

Запропоновано узагальнення даного підходу для вивчення локалізації малоамплітудних спінових хвиль у мультишарових магнітних структурах.

3. Виявлено особливості локалізації нелінійних хвиль і знайдено повну енергію системи у середовищі з двома ідентичними дефектами (дефектними шарами) у випадках: нелінійні дефектні шари та “комбіновані” дефектні шари з лінійною та нелінійною складовими у гармонічному середовищі та лінійні дефектні шари в ангармонічному середовищі. Вперше для випадків нелінійних дефектних шарів у гармонічному середовищі та лінійних дефектних шарів в ангармонічному середовищі аналітично знайдено силу взаємодії між шарами, яка має важливе практичне значення у полімерних системах з інтерфейсами. Розвинутий метод дослідження систем з двома ідентичними дефектами дозволив визначити особливості нелінійної локалізації у структурованих середовищах з періодичною послідовністю ідентичних плоских дефектних шарів.
4. Теоретично обґрунтовано можливість локалізації нелінійних хвиль при їх розповсюдженні у фокусуєчому ангармонічному середовищі уздовж системи двох паралельних тонких дефектних площин, які відштовхують хвилю. Доведено, що нелінійний хвильовий потік локалізується, головним чином, в області між відштовхуючими нелінійну хвилю дефектними площинами, які моделюють межі розділу оптичних середовищ (інтерфейси). На основі аналізу граничних випадків показано, що існує критичне значення частоти, за якої розв’язок змінює свій характер: хвильовий потік починає “виходити” з області між дефектними площинами.
5. Аналітично визначено особливості локалізованих станів у нелінійних системах з однією пасткою та двома ідентичними пастками, що моделюються прямокутними потенціальними ямами, в залежності від лінійності/нелінійності середовищ у потенціальних ямах і в областях поза ними. Розглянуто нелінійні середовища з відштовхуванням. Знайдено можливі розв’язки у таких системах і повне число елементарних збуджень у локалізованих станах. Доведено, що у разі задачі для полімерів з однією потенціальною ямою стан насичення існує лише за умови нелінійності середовища в областях поза ямою, незалежно від характеру середовища у потенціальній ямі. Передбачено, що такий підхід дослідження локалізованих станів у структурованих середовищах з пастками або дефектними шарами з використанням моделі прямокутних потенціальних ям замість  $\delta$ -функційних потенціалів у ряді випадків є більш ефективним.

6. Встановлено характер нелінійної динаміки несумірного поверхневого шару та особливості нелінійних збуджень періодичної солітонної ґратки. Поблизу нижньої межі щілини спектру в довгохвильовому наближенні знайдено розв'язки для малоамплітудних періодичних за часом нелінійних збуджень, що знаходяться під щілиною спектру (у вигляді “темних антифазних солітонів”) та в щілині.
7. Теоретично визначено характер адсорбції (локалізації) полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів у рамках наближення середнього поля з урахуванням взаємодії виключеного об'єму у випадках локалізованого стану (з нульовою концентрацією полімеру на нескінченності) та фіксованої концентрації полімеру на нескінченності. Розроблено аналітичний метод знаходження та аналізу характеристик полімерної системи з двома проникними інтерфейсами у випадку локалізованого стану шляхом введення нових масштабних змінних у стані насичення системи, що дає змогу отримати універсальні залежності для характеристик системи. Вперше аналітично та чисельно знайдено силу взаємодії між інтерфейсами у стані насичення та доведено, що ця сила є суто силою тяжіння, яка монотонно прямує до нуля із збільшенням відстані між інтерфейсами. У випадку нульової концентрації полімеру на нескінченності розвинена теорія може бути застосована для вивчення адсорбції полімерів, яка відбувається з сильно розбавлених полімерних розчинів.
8. Встановлено характер адсорбції реальних полімерних ланцюжків у системі двох жорстких поверхонь (інтерфейсів), які є непроникними для полімеру. У стані насичення аналітично знайдено силу, що діє між непроникними інтерфейсами завдяки зв'язку інтерфейс-полімер, і показано, що ця сила є силою тяжіння, як і в системі двох проникних інтерфейсів.

### СПИСОК ЦИТОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- 1\*. Косевич А.М. Влияние ангармонизмов на локальные колебания дефектов в одномерном кристалле / А.М. Косевич, А.С. Ковалев // ФНТ. – 1975. – Т. 1, Вып. 12. – С. 1544-1555.
- 2\*. Богдан М.М. Динамика и устойчивость локализованных мод в нелинейных средах с точечными дефектами / М.М. Богдан, И.В. Герасимчук, А.С.Ковалев // ФНТ. – 1997. – Т. 23, № 2. – С. 197-207.
- 3\*. Kivshar Yu.S. Quasiclassical quantisation and radiative decay of sine-Gordon solitons pinned by a micro-inhomogeneity / Yu.S. Kivshar and B.A. Malomed // J. Phys. A: Math. Gen. – 1988. – Vol. 21, No. 7. – P. 1553-1561.
- 4\*. Вахитов Н.Г. Стационарные решения волнового уравнения в среде с

насыщением нелинейности / Н.Г. Вахитов, А.А. Колоколов // Изв. ВУЗов. Радиофизика. – 1973. – Т. XVI, № 7. – С. 1020-1028.

- 5\*. Stamps R.L. Influence of exchange-coupled anisotropies on spin-wave frequencies in magnetic layered systems: Application to Co/CoO / R.L. Stamps, R.E. Camley, and R.J. Hicken // Phys. Rev. **B**. – 1996. – Vol. 54, No. 6. – P. 4159-4164.
- 6\*. Тарасенко С.В. Новый тип нелинейных внутренних спиновых волн в структуре типа магнитный сэндвич / С.В. Тарасенко // Письма в ЖТФ. – 1994. – Т.20, Вып. 6. – С. 92-95.
- 7\*. Bozhko D.A. Supercurrent in a room-temperature Bose-Einstein magnon condensate / D.A. Bozhko, A.A. Serga, P. Clausen, V.I. Vasyuchka, F. Heussner, G.A. Melkov, A. Pomyalov, V.S. L'vov, and B. Hillebrands // Nature Physics. – 2016. – Vol. 12, No. 11. – P. 1057-1062.

### СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. **Герасимчук И.В.** Нелинейное уравнение Шредингера для описания малоамплитудных спиновых волн в многослойных магнитных материалах / **И.В. Герасимчук**, Ю.И. Горобец, В.С. Герасимчук // Журнал Нано- та Електронної Фізики. – 2016. – Т. 8, № 2. – С. 02020 (7 с.).
2. Gerasimchuk V.S. Solutions of Nonlinear Schrödinger Equation with Two Potential Wells in Linear/Nonlinear Media / V.S. Gerasimchuk, **I.V. Gerasimchuk**, N.I. Dranik // Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry. – 2016. – Vol. 12, No. 2. – P. 168–176.
3. Derecha D.O. Technique for Determining Fluids Motion Characteristics in the Vicinity of Ferromagnetic Solids Under Magneto-Chemical Treatment / D.O. Derecha, Yu.B. Skirta, **I.V. Gerasimchuk** // Nanoscale Research Letters. – 2015. – Vol. 10. – P. 440–4.
4. **Gerasimchuk I.V.** Localized States and Their Stability in an Anharmonic Medium with a Nonlinear Defect / **I.V. Gerasimchuk** // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2015. – Vol. 121, No. 4. – P. 596–605.
5. Derecha D.O. Electrolyte Vortex Dynamics in the Vicinity of a Ferromagnetic Surface in a Direct Current Magnetic Field / D.O. Derecha, Yu.B. Skirta, **I.V. Gerasimchuk** // J. Phys. Chem. **B**. – 2014. – Vol. 118. – P. 14648–14651.
6. **Герасимчук И.В.** Локализованные состояния вблизи нелинейного оптического волновода / **И.В. Герасимчук** // Журнал Нано- та Електронної Фізики. – 2012. – Т. 4, № 4. – С. 04024 (4 с.).
7. **Герасимчук I.B.** Локалізовані стани в нелінійному середовищі з плоским дефектним шаром, який має нелінійні властивості / **I.B. Герасимчук**,



- П.К. Горбач, П.П. Довгополий // Український фізичний журнал. – 2012. – Т. 57, № 6. – С. 680–685.
8. **Герасимчук І.В.** Локалізація світлового пучка в системі двох нелінійних оптичних хвилеводів / **І.В. Герасимчук** // Наукові Вісті НТУУ “КПІ”. – 2011. – № 4 (78). – С. 129–132.
  9. **Gerasimchuk I.V.** Localization of Polymer Chains in the System of Two Penetrable Interfaces / **I.V. Gerasimchuk** // Functional Materials. – 2011. – Vol. 18, No. 2. – P. 244–253.
  10. **Gerasimchuk I.V.** Adsorption of Polymer Chains at Two Impenetrable Interfaces / **I.V. Gerasimchuk**, V.S. Gerasimchuk, J.U. Sommer // JETP Letters. – 2011. – Vol. 93, No. 8. – P. 431–436.
  11. **Gerasimchuk I.V.** Adsorption of Polymer Chains at Penetrable Interfaces / **I.V. Gerasimchuk**, J.-U. Sommer, V.S. Gerasimchuk // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2011. – Vol. 112, No. 3. – P. 511–519.
  12. **Gerasimchuk I.V.** Localization of Polymer Chains at Two Penetrable Interfaces in a Constant Magnetic Field / **I.V. Gerasimchuk**, V.S. Gerasimchuk, Yu.I. Gorobets, J.-U. Sommer // Український фізичний журнал. – 2011. – Т. 56, № 1. – С. 21–29.
  13. **Герасимчук І.В.** Локалізовані стани в лінійному середовищі, в якому міститься нелінійний оптичний хвилевід / **І.В. Герасимчук** // Наукові Вісті НТУУ “КПІ”. – 2009. – № 4 (66). – С. 131–134.
  14. **Gerasimchuk I.V.** Mean-Field Treatment of Polymer Chains Trapped between Surfaces and Penetrable Interfaces / **I.V. Gerasimchuk**, J.-U. Sommer // Physical Review E. – 2007. – Vol. 76, No. 4. – P. 041803 (11 p.).
  15. **Gerasimchuk I.V.** Spatial Localization of Nonlinear Waves in Layered and Modulated Media / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // JETP Letters. – 2007. – Vol. 85, No. 10. – P. 488–492.
  16. Kovalev A.S. Soliton Dynamics in Non-Commensurate Surface Structures / A.S. Kovalev, **I.V. Gerasimchuk** // Epioptics-8 / [ed. by Antonio Crimenti]; The Science and Culture Series – Physics. – Singapore: World Scientific, 2006. – P. 86–91.
  17. **Gerasimchuk I.V.** “Supersolitons” in Infinite Arrays of Plane-Parallel Layers or Coupled Identical Optical Waveguides / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Epioptics-7 / [ed. by Antonio Crimenti]; The Science and Culture Series – Physics. – Singapore: World Scientific, 2004. – P. 122–127.
  18. Kovalev A.S. Nonlinear Dynamics of Incommensurate Surface Layers / A.S. Kovalev, **I.V. Gerasimchuk**, G.A. Maugin // Physical Review Letters. – 2004. – Vol. 92, No. 24. – P. 244101–4.
  19. **Герасимчук І.В.** Локалізація нелінійних волн между інтерфейсами /

- И.В. Герасимчук**, А.С. Ковалев // Физика твердого тела. – 2003. – Т. 45, Вып. 6. – С. 1088–1090.
20. Kovalev A.S. Nonlinear Excitations of Incommensurate Surface Structures / A.S. Kovalev, **I.V. Gerasimchuk**, G.A. Maugin // Proceedings of the Estonian Academy of Sciences. Physics. Mathematics. – 2003. – Vol. 52, No. 1. – P. 94–102.
21. Ковалев А.С. Нелинейная локализация возбуждений и динамика солитонов в самоодулированных системах / А.С. Ковалев, **И.В. Герасимчук** // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2002. – Т. 122, Вып. 5 (11). – С. 1116–1124.
22. **Gerasimchuk I.V.** Spatial Localization of Light Flux in an Array of Nonlinear Optical Waveguides / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2001. – Vol. 13, No. 44. – P. L885–L889.
23. **Gerasimchuk I.V.** Localization of Light Beam in Nonlinear Optical Waveguide Array / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Epioptics 2000 / [ed. by A. Cridenti]; The Science and Culture Series – Materials Science. – Singapore: World Scientific, 2001. – P. 139–144.
24. Герасимчук В.С. Метод оберненої задачі розсіяння та його застосування: навч. посібник / В.С. Герасимчук, Т.Л. Ребенчук, **И.В. Герасимчук**. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во “Політехніка”, 2016. – 96 с.
25. Gerasimchuk V.S. Exact Solutions of Nonlinear Schrödinger Equation in the System with Two Interfaces and Numerical Analysis of the Main Characteristics / V.S. Gerasimchuk, **I.V. Gerasimchuk**, A.V. Balykina // Book of Abstracts of the International Conference on Differential Equations Dedicated to the 110th Anniversary of Ya.B. Lopatynsky (20-24 September, 2016). – Lviv, Ukraine. – 2016. – P. 51.
26. Gerasimchuk V.S. Stability Analysis of Localized Solutions in an Anharmonic System with a Nonlinear Defect / V.S. Gerasimchuk, **I.V. Gerasimchuk**, A.V. Balykina, T.L. Rebenchuk // Book of Abstracts of the International Conference on Differential Equations Dedicated to the 110th Anniversary of Ya.B. Lopatynsky (20-24 September, 2016). – Lviv, Ukraine. – 2016. – P. 52.
27. Derecha D.O. Dynamics of Electrolyte in the Vicinity of Ferromagnetic Solids Under Magneto-Chemical Treatment / D.O. Derecha, Yu.B. Skirta, **I.V. Gerasimchuk** // Abstract Book of the International Research and Practice Conference “Nanotechnology and Nanomaterials” (NANO-2016) (24-27 August, 2016). – Lviv, Ukraine. – 2016. – P. 453.
28. Gerasimchuk V.S. Nonlinear Schrödinger Equation in the System with Two Interfaces. Exact Solutions and Numerical Analysis / V.S. Gerasimchuk, **I.V. Gerasimchuk**, A.V. Balykina // Тези доповідей VII міжнародної наукової

- конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації” (21-22 квітня, 2016). – Кам’янець-Подільський, Україна. – 2016. – С. 40.
29. Derecha D.O. Peculiarities of the Motion of Fluids under the Effect of a DC Magnetic Field and Chemical Dissolution / D.O. Derecha, Yu.B. Skirta, **I.V. Gerasimchuk** // Book of Abstracts of the International Research and Practice Conference “Nanotechnology and Nanomaterials” (NANO-2015) (26-29 August, 2015). – Lviv, Ukraine. – 2015. – P. 382.
30. Герасимчук В.С. Решения нелинейного уравнения Шредингера в среде с керровской нелинейностью / В.С. Герасимчук, **И.В. Герасимчук** / Труды Международной научной конференции “Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство” (24-29 марта, 2014). – Цахкадзор, Армения. – 2014. – Т. 1. – С. 94-99.
31. Gerasimchuk V.S. Spatial localization of the nonlinear beam in an array of nonlinear lightguides / V.S. Gerasimchuk, **Gerasimchuk I.V.** // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM’2013) (29 September - 5 October, 2013). – Haspra, Crimea, Ukraine. – 2013. – P. 188.
32. Gerasimchuk V.S. Soliton states in a linear/non-linear medium with rectangular potential wells / V.S. Gerasimchuk, **Gerasimchuk I.V.** // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM’2013) (29 September – 5 October, 2013). – Haspra, Crimea, Ukraine. – 2013. – P. 192.
33. **Gerasimchuk I.V.** Localization of soliton states at a plane defect layer with nonlinear properties / **I.V. Gerasimchuk** // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM’2013) (29 September - 5 October, 2013). – Haspra, Crimea, Ukraine. – 2013. – P. 193.
34. Герасимчук В.С. Солитоны огибающей в нелинейной среде / В.С. Герасимчук, **И.В. Герасимчук** // Материалы XXI международной научно-технической конференции “Прикладные задачи математики и механики” (16-20 сентября, 2013). – Севастополь, Украина. – 2013. – С. 94-97.
35. Герасимчук В.С. Анализ решений нелинейного уравнения Шредингера для линейной/нелинейной сред с прямоугольными потенциальными ямами / В.С. Герасимчук, **И.В. Герасимчук** // Тезисы докладов IV Международной конференции “Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования”, посвященной 90-летию со дня рождения Л.Д. Кудрявцева (25-29 марта, 2013). – Москва, Россия. – 2013. – С. 296-297.
36. Драник Н.І. Розв’язки нелінійного рівняння Шредингера з потенціалом у

- вигляді двох прямокутних ям в лінійному/нелінійному середовищі / Н.І. Драник, В.С. Герасимчук, **I.V. Герасимчук** // Book of Abstracts of the Fourth International Conference for Young Mathematicians on Differential Equations and Applications dedicated to Ya.B. Lopatinskii (14-17 November, 2012). – Donetsk, Ukraine. – 2012. – P. 39.
37. Gerasimchuk V.S. Localization of an optical beam at two nonlinear lightguides in anharmonic medium / V.S. Gerasimchuk, **I.V. Gerasimchuk** // Program & Proceedings of the International Conference “Problems of Theoretical Physics” dedicated to the 100<sup>th</sup> Anniversary of Alexander Davydov (8-11 October, 2012). – Kyiv, Ukraine. – 2012. – P. 82.
38. **Gerasimchuk I.V.** Adsorption of polymer chains at penetrable interfaces / **I.V. Gerasimchuk** // Program & Proceedings of the International Conference “Problems of Theoretical Physics” dedicated to the 100<sup>th</sup> Anniversary of Alexander Davydov (8-11 October, 2012). – Kyiv, Ukraine. – 2012. – P. 81.
39. **Gerasimchuk I.V.** Localized states at a plane defect layer with nonlinear properties / **I.V. Gerasimchuk**, V.S. Gerasimchuk, P.P. Dovhopolyi // Program & Proceedings of the International Conference “Problems of Theoretical Physics” dedicated to the 100<sup>th</sup> Anniversary of Alexander Davydov (8-11 October, 2012). – Kyiv, Ukraine. – 2012. – P. 80.
40. Gerasimchuk V.S. Солитонные состояния в нелинейной среде / V.S. Gerasimchuk, **I.V. Gerasimchuk** // Материалы XX международной научно-технической конференции “Прикладные задачи математики и механики” (ПЗММ-2012) (10-14 сентября, 2012). – Севастополь, Украина. – 2012. – С. 100-104.
41. Gerasimchuk V.S. Локалізовані стани біля дефектного шару з нелінійними властивостями / V.S. Gerasimchuk, **I.V. Gerasimchuk** // Тези доповідей V міжнародної наукової конференції “Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації” (4-5 квітня, 2012). – Кам’янець-Подільський, Україна. – 2012. – С. 25.
42. **Gerasimchuk I.V.** Adsorption of Polymer Chains at Two Penetrable Interfaces in a Constant Magnetic Field / **I.V. Gerasimchuk**, V.S. Gerasimchuk, Yu.I. Gorobets // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM’2011) (3-8 October, 2011). – Partenit, Crimea, Ukraine. – 2011. – P. 400.
43. **Gerasimchuk I.V.** Adsorption of Polymer Chains between Impenetrable Interfaces / **I.V. Gerasimchuk**, V.S. Gerasimchuk // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM’2011) (3-8 October, 2011). – Partenit, Crimea, Ukraine. – 2011. – P. 399.
44. Gerasimchuk V.S. Localization of Optical Fluxes at Two Nonlinear Optical

- Waveguides in Anharmonic Medium / V.S. Gerasimchuk, **I.V. Gerasimchuk** // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM’2011) (3-8 October, 2011). – Partenit, Crimea, Ukraine. – 2011. – P. 179.
45. **Gerasimchuk I.V.** Localization of Real Polymer Chains at Two Hard Walls / **I.V. Gerasimchuk**, V.S. Gerasimchuk // Book of Abstracts of the 3<sup>rd</sup> International Conference on quantum electrodynamics and statistical physics (QEDSP’2011) (29 August - 2 September, 2011). – Kharkov, Ukraine. – 2011. – P. 219-220.
46. **Gerasimchuk I.V.** Adsorption of Real Polymer Chains at Transparent Interfaces and Solid Walls / **I.V. Gerasimchuk**, J.-U. Sommer // Proceedings of the International Workshop “Magnetic Phenomena in Micro- and Nano-Structures” (MPMNS’10) (27-29 May, 2010). – Donetsk, Ukraine. – 2010. – P. 82.
47. **Gerasimchuk I.V.** Localization of Real Polymer Chains in the System of Two Transparent Interfaces in a Constant Magnetic Field / **I.V. Gerasimchuk**, Yu.I. Gorobets // Proceedings of the International Workshop “Magnetic Phenomena in Micro- and Nano-Structures” (MPMNS’10) (27-29 May, 2010). – Donetsk, Ukraine. – 2010. – P. 80-81.
48. **Gerasimchuk I.V.** Adsorption of Real Polymer Chains in the System of Two Interfaces / **Igor Gerasimchuk**, J.-U. Sommer // Abstracts of the 5<sup>th</sup> International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems” (PLM MP’2010) (21-23 May, 2010). – Kyiv, Ukraine. – 2010. – P. 88.
49. **Gerasimchuk I.V.** Localization of Real Polymer Chains in the System of Two Interfaces in a Magnetic Field / **I. Gerasimchuk**, Yu. Gorobets, J.-U. Sommer // Abstracts of the 5<sup>th</sup> International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems” (PLM MP’2010) (21-23 May, 2010). – Kyiv, Ukraine. – 2010. – P. 87.
50. **Gerasimchuk I.V.** Exact Solution of the Mean-Field Equation for Real Polymer Chains Trapped between Interfaces / **I.V. Gerasimchuk**, J.-U. Sommer // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM’2009) (5-10 October, 2009). – Partenit, Crimea, Ukraine. – 2009. – P. 70.
51. **Gerasimchuk I.V.** Localization of Polymer Chains at Penetrable Interfaces and Solid Walls / **I.V. Gerasimchuk**, J.-U. Sommer // Abstracts of the 4<sup>th</sup> International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems” (PLM MP’2008) (23-26 May, 2008). – Kyiv, Ukraine. – 2008. – P. 166.
52. **Gerasimchuk I.V.** Spatial Localization of Nonlinear Waves in Periodic Structures / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM’2007) (1-6 October, 2007). – Partenit, Crimea, Ukraine. – 2007. – P. 333.
53. **Gerasimchuk I.V.** Adsorption of Real Polymer Chains at Penetrable Interfaces

- and Hard Walls / **I.V. Gerasimchuk**, J.-U. Sommer // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM`2007) (1-6 October, 2007). – Partenit, Crimea, Ukraine. – 2007. – P. 45.
54. Chubykalo O. Theoretical and Computational Models of Magnetic Materials of New Generation for Magnetic Recording Application / O. Chubykalo, J.M. González, F. García Sánchez, **I.V. Gerasimchuk** // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM 2005) (3-8 October, 2005). – Partenit, Crimea, Ukraine. – P. 53.
55. **Gerasimchuk I.V.** Nonlinear Dynamics of Incommensurable Surface Layers / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM`2005) (3-8 October, 2005). – Partenit, Crimea, Ukraine. – P. 34.
56. **Gerasimchuk I.V.** Nonlinear Dynamics of Incommensurate Systems / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Abstract Booklet of the International Workshop “Nonlinear Physics: Theory and Experiment. III” (24 June - 3 July, 2004). – Gallipoli, Lecce, Italy. – 2004. – P. 13-14.
57. **Gerasimchuk I.V.** Nonlinear Localization in Self-Modulated Systems / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev, G.A. Maugin // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM`2003) (6-11 October, 2003). – Partenit, Crimea, Ukraine. – 2003. – P. 254.
58. **Gerasimchuk I.V.** Superlocalisation of Light Pulses in Connected Optical Waveguide Arrays / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // 56th Scottish Universities Summer School in Physics (SUSSP 56), NATO Advanced Study Institute “Ultrafast-Photonics” (1<sup>st</sup>-14<sup>th</sup> September, 2002). – St. Andrews, Scotland. – 2002. – in *ULTRAFAST PHOTONICS* (ed. by A. Miller, D.T. Reid and D.M. Finlayson) – Bristol and Philadelphia. – 2004. – P. 342.
59. **Gerasimchuk I.V.** Nonlinear Dynamics of Non-Commensurate Surface Structures / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev, G.A. Maugin // Book of Abstracts of the International Conference “Inverse Problems and Nonlinear Equations” (12-16 August, 2002) – Kharkiv, Ukraine. – 2002. – P. 53-54.
60. **Gerasimchuk I.V.** Nonlinear Localized Waves in Non-Commensurate Surface Layers / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Abstracts of the International Seminar “Day on Diffraction`2002” (DD`2002) (5-8 June, 2002). – Saint Petersburg, Russia. – 2002. – P. 37.
61. **Gerasimchuk I.V.** Superlocalization of Nonlinear Waves in Modulated Anharmonic Media / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Abstracts of the International Seminar “Day on Diffraction`2002” (DD`2002) (5-8 June, 2002). – Saint Petersburg, Russia. – 2002. – P. 36.
62. Kovalev A.S. Nonlinear Dynamics of Non-Commensurate Surface Structures /

- A.S. Kovalev, G.A. Maugin, **I.V. Gerasimchuk** // Book of Abstracts of the EUROMECH Scientific Colloquium 436 “Nonlinear Waves in Microstructured Solids” (29May - 1 June, 2002). – Tallinn, Estonia. – 2002. – P. 11.
63. **Gerasimchuk I.V.** “Supersolitons” in Optical Waveguide Arrays / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // 19th General Conference of the EPS Condensed Matter Division held jointly with Condensed Matter and Materials Physics (CMD19-CMMP`2002) (7-11 April, 2002). – Brighton, United Kingdom. – 2002. – Europhysics Conference Abstracts, Vol. 26A. – P. 60.
64. **Gerasimchuk I.V.** Kink Motion in the System with Periodical Ground State / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Abstracts of the International Conference “Functional Materials” (ICFM`2001) (1-5 October, 2001). – Partenit, Crimea, Ukraine. – P. 117.
65. **Gerasimchuk I.V.** The Formation of “Supersoliton” in Periodical Waveguides System / **I.V. Gerasimchuk**, A.S. Kovalev // Book of Abstracts of the International Conference on Geometry, Integrability and Nonlinearity in Condensed Matter & Soft Condensed Matter Physics (GIN`2001) (15-20 July, 2001). – Bansko, Bulgaria. – 2001 – P. 8-9.

## АНОТАЦІЯ

**Герасимчук І.В. Нелінійні локалізовані стани в структурованих середовищах.** – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Інститут магнетизму НАН України та МОН України, Київ, 2017.

У дисертаційній роботі побудовано теоретичні моделі нелінійних локалізованих станів у структурованих середовищах різної фізичної природи та різного типу, в неоднорідних дефектних середовищах і періодичних структурах. Аналітично описано всі можливі нелінійні стани, локалізовані біля одиночного дефекту (дефектного шару) в ангармонічному середовищі у випадках нелінійного дефекту та “комбінованого” дефекту з лінійною та нелінійною складовими. Визначено умови стійкості досліджених локалізованих станів. Знайдено умови локалізації нелінійних спінових хвиль у шаруватих магнітних структурах з плоским магнітним дефектом. Визначено особливості локалізованих станів у системах з однією та двома пастками, що моделюються прямокутними потенціальними ямами, в залежності від лінійності/нелінійності середовищ у потенціальних ямах і в областях поза ними. Встановлено особливості локалізації нелінійних збуджень у несумірних структурах. Визначено характер адсорбції полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів у рамках наближення середнього поля з

урахуванням взаємодії виключеного об'єму у випадках нульової та фіксованої концентрації полімеру на нескінченності, та в системі двох жорстких поверхонь, які є непроникними для полімеру.

**Ключові слова:** нелінійний локалізований стан, солітон, структуроване середовище, дефект, інтерфейс, стійкість, пастка, періодична структура, мультишарові магнітні матеріали, хвильовий потік, несумірна структура, полімерний ланцюжок, адсорбція, взаємодія виключеного об'єму.

## АННОТАЦІЯ

**Герасимчук І.В. Нелинейные локализованные состояния в структурированных средах.** – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. – Институт магнетизма НАН Украины и МОН Украины, Киев, 2017.

В диссертационной работе построены теоретические модели нелинейных локализованных состояний – солитонов в структурированных средах различной физической природы и различного типа, в неоднородных структурированных средах и периодических структурах. В рамках квазиклассического подхода изучены нелинейные состояния, локализованные вблизи одиночного дефектного слоя – интерфейса, в ангармонической среде в случае интерфейса, обладающего нелинейными свойствами или “комбинированными” свойствами с линейной и нелинейной составляющими. Рассмотрены режимы притяжения и отталкивания квазичастиц фокусирующей и дефокусирующей среды от интерфейса. Методом Вахитова-Колоколова определены условия устойчивости найденных нелинейных локализованных состояний.

Установлены условия локализации нелинейных спиновых волн в слоистых магнитных структурах с тонким плоским магнитным дефектом и выяснены свойства и устойчивость локализованных магнитных состояний.

Изучены особенности локализации нелинейных волн в структуре с двумя идентичными дефектными слоями – интерфейсами. В модели с двумя отдельными локальными нелинейностями, моделируемыми симметричной парой  $\delta$ -функций, найдено семейство симметричных, антисимметричных и асимметричных солитонных решений. Найдена полная энергия и полное число элементарных возбуждений, связанных в локализованном состоянии, в случаях интерфейсов, обладающих нелинейными свойствами или “комбинированными” свойствами с линейной и нелинейной составляющими в гармонической среде и интерфейсов, обладающих линейными свойствами в ангармонической среде. Для случаев нелинейных интерфейсов в



гармонической среде и линейных интерфейсов в ангармонической среде аналитически найдена сила взаимодействия между слоями.

Показано, что при распространении нелинейной волны в фокусирующей среде вдоль системы двух тонких параллельных интерфейсов, отталкивающих волну, нелинейный волновой поток локализуется в области между интерфейсами, которые моделируют границы раздела оптических сред. На основе анализа предельных случаев найдено критическое значение частоты, при которой волновой поток “выходит” из области между интерфейсами.

Определены особенности локализованных состояний в системах с одной и двумя ловушками, которые моделируются прямоугольными потенциальными ямами, в зависимости от линейности/нелинейности среды в потенциальных ямах и вне ям. Найдены решения для всех возможных комбинаций и полное число элементарных возбуждений в локализованных состояниях. Полученные результаты могут быть полезны при исследовании конденсации Бозе-Эйнштейна или адсорбции полимеров в системах с интерфейсами. Доказано, что в случае задачи для полимеров с одной потенциальной ямой система может достичь состояния насыщения только при условии нелинейности среды в областях вне ям, независимо от характера среды в потенциальной яме.

Выяснены особенности локализованных состояний нелинейных волн в периодической системе плоских интерфейсов (волноводов), обладающих “комбинированными” линейно-нелинейными свойствами в линейной среде и характер локализации нелинейных волн в ангармонических периодических модулированных средах. Установлены особенности нелинейной динамики несоизмеримых структур. Вблизи нижней границы щели спектра в длинноволновом приближении найдены решения для малоамплитудных периодических по времени нелинейных возбуждений, находящихся под щелью спектра (в виде “темных антифазных солитонов”) и в щели.

Определен характер адсорбции полимерных цепочек в системе двух проницаемых интерфейсов в рамках приближения среднего поля с учетом взаимодействия исключенного объема в случаях нулевой и фиксированной концентрации полимера на бесконечности. Для полимерной системы с двумя проницаемыми интерфейсами, находящейся в состоянии насыщения, разработан аналитический метод нахождения и анализа характеристик локализованного состояния путем введения новых масштабных переменных. Найдена сила взаимодействия между интерфейсами в состоянии насыщения и доказано, что эта сила является силой притяжения, монотонно стремящейся к нулю с увеличением расстояния между интерфейсами. Установлен характер адсорбции реальных полимерных цепочек в системе двух жестких поверхностей, которые являются непроницаемыми для полимера.

**Ключевые слова:** нелинейное локализованное состояние, солитон, структурированная среда, дефект, интерфейс, устойчивость, ловушка, периодическая структура, мультислойные магнитные материалы, волновой поток, несоизмерима структура, полимерная цепочка, адсорбция, взаимодействие исключенного объема.

## ABSTRACT

**Gerasimchuk I.V. Nonlinear localized states in structured media.** – Manuscript.

Thesis for the Degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences by speciality 01.04.02 – Theoretical Physics. – Institute of Magnetism, the National Academy of Sciences of Ukraine and Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2017.

The theoretical models of nonlinear localized states in structured media of different physical nature and various types, in inhomogeneous defect media and periodic structures are created in the thesis. All possible nonlinear states localized near a single defect (defect layer) in an anharmonic medium in the cases of nonlinear defect and “combined” defect with linear and nonlinear components are analytically described. The stability conditions of the investigated localized states are determined. The conditions of nonlinear spin waves localization in layered magnetic structures with plane magnetic defect are found. The peculiarities of the localized states in systems with one and two traps that are modeled by rectangular potential wells, depending on the linearity/nonlinearity of media in potential wells and in environment are determined. The peculiarities of nonlinear excitations localization in incommensurate structures are found. The character of polymer chains adsorption in the system of two penetrable interfaces within the mean-field approximation taking into account the excluded volume interaction in the cases of zero and fixed polymer concentrations at infinity, and in the system of two hard surfaces that are nonpenetrable to polymer is determined.

**Key words:** nonlinear localized state, soliton, structured medium, defect, interface, stability, trap, periodic structure, multilayered magnetic materials, wave flow, incommensurate structure, polymer chain, adsorption, excluded volume interaction.