

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Герасимчука Ігоря Вікторовича “Нелінійні локалізовані стани в структурованих середовищах”, подану на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика

Дисертаційна робота I.B. Герасимчука присвячена дослідженням нелінійних локалізованих станів та їх властивостей у структурованих середовищах. Вона побудована за принципом добротної наукової монографії, де перші розділи, добре вивчені та відпрацьовані, слугують основою для більш складних задач, які розв’язуються в наступних розділах.

У перших розділах за допомогою одного з найбільш відомих у нелінійній фізиці рівняння Шредінгера досліджуються локалізовані стани в середовищах з різними властивостями (лінійними та нелінійними) за наявності дефектних шарів з різними комбінаціями лінійності та нелінійності та з різними варіантами взаємодії (притягання та відштовхування) між дефектними шарами та середовищем. Крім аналізу існування локалізованих станів у таких структурах за таких умов, проведено їх квазікласичне квантування та з’ясовано умови стійкості за допомогою систематичного моделювання їх збуреної еволюції (методом Вахітова-Колоколова). Наявність дефектів моделюється потенціалами з нелінійністю, зосередженою в одній точці або в симетричній системі двох точок, які представлені, відповідно, однією або комбінацією двох δ -функцій. У 6-му розділі на цій основі надано узагальнення на випадок нескінченного періодичного потенціалу типу потенціалу Кроніга-Пенні.

Використання дельта-подібного потенціалу є поширеним і ефективним варіантом моделювання точкових дефектів, наприклад, в фотонних кристалах, фізиці плазми або конденсаті Бозе-Ейнштейна, що реалізується в оптичних гратках. Ці моделі, з притягуючим або відштовхуючим знаком нелінійності, приводять до звичайних або щілинних солітонів, які перебувають, відповідно, в напівнескінченних або скінченних зонах лінійного спектру системи, будучи закріпленими на δ -функції.

Продуктивність використання дельта-подібного потенціалу ефективно доведена в останньому, 7-му розділі дисертації. Тут на основі рівняння Едвардса, з урахуванням взаємодії виключеного об’єму (відштовхування між мономерами), досліджено локалізацію полімерних ланцюжків у системі інтерфейсів, які володіють різними властивостями (проникні та непроникні, з нульовою та фіксованою концентрацією на нескінченості).

У 5-му розділі, на відміну від дельта-подібного потенціалу, на основі рівняння Гросса-Пітаєвського досліджено локалізовані стани в модельних системах, потенціал яких моделюється прямокутними ямами. Розглянуто численні комбінації лінійності та нелінійності середовища в одно та двохямних прямокутних пастках і поза ними.

Використання такого потенціалу є також ефективним у зв'язку з традиційними задачами квантової механіки. У даному нелінійному випадку це дозволяє побудувати точні аналітичні розв'язки, які для таких систем при іншому виборі потенціалу отримати неможливо.

В 6-му розділі на основі ще одного поширеного у нелінійній фізиці рівняння синус-Гордона досліджено локалізовані хвилі в періодичних структурах і формування на їх основі “суперсолітонів” обвідної.

Отже, в дисертації практично з єдиних позицій розглянуто цілу низку важливих наукових задач. **Актуальність** цих задач, які стоять на передньому краї нелінійної фізики, не викликає сумнівів. Особливої актуальності ця проблема набуває у зв'язку з тим, що нелінійні локалізовані стани досліджуються в реальних нелінійних фізичних системах з урахуванням їх властивостей і характерних особливостей.

В цілому, робота має очевидну **практичну спрямованість**, пов'язану з можливими технологічними застосуваннями. У першу чергу це відноситься до отриманих дисертантом результатів з вивчення модульованих структурованих середовищ у нелінійній оптиці та мультишарових магнітних матеріалів. Цікавими і дещо несподіваними для фахівців з фізики твердого тіла є результати реалізації солітонних комплексів у полімерах, хоча існування таких комплексів у молекулярних структурах відоме ще за часів А.С. Давидова. Тим приємніше, що результати дисертаційної роботи і тут можуть мати практичні застосування, наприклад, при розробці біополімерів з певними властивостями, проникних мембрани на основі полімерів тощо.

Отже, **актуальність дисертаційної роботи, її новизна, обґрунтованість та достовірність результатів, наведених у висновках**, не викликають ніяких сумнівів. В дисертації отримано результати високого наукового рівня, більшість з яких мають самостійне значення.

Результати дисертації є **новими і достатньо повно висвітлені** в наукових публікаціях автора. Їх високий рівень підтверджується 23 науковими статтями, опублікованими у провідних світових та вітчизняних фахових виданнях, таких, наприклад, як Physical Review Letters ($I\Phi= 7.326$), Physical Review E ($I\Phi= 2.252$), The Journal of Physical Chemistry B ($I\Phi= 3.187$) і Nanoscale Research Letters ($I\Phi= 2.584$). Слід відзначити **грунтовну апробацію** представлених результатів на престижних наукових конференціях і симпозіумах.

Автор вільно володіє апаратом теоретичної фізики, використовує сучасні методи нелінійної математичної фізики і демонструє спроможність розв'язувати виникаючі нетривіальні проблеми.

З моєї точки зору, найбільш вагомими науковими результатами дисертаційної роботи є наступні:

- встановлено характер локалізації нелінійних хвиль і знайдено повну енергію системи у середовищі з двома ідентичними дефектами (дефектними шарами). Вперше аналітично знайдено силу взаємодії між шарами, яка має важливе практичне значення у полімерних системах з інтерфейсами;
- доведено, що при розповсюдженні нелінійної хвилі у фокусуючому середовищі вздовж системи двох паралельних тонких шарів (інтерфейсів), які відштовхують хвиллю, можлива локалізація хвильового потоку між плоскими інтерфейсами. Показано, що існує критичне значення частоти, за якої розв'язок змінює свій характер: хвилевий потік починає “виходити” з області між дефектними площинами;
- на основі дослідження локалізованих станів у системах з однією пасткою та двома ідентичними пастками, що моделюються прямокутними потенціальними ямами, знайдено можливі розв'язки в таких системах та повне число елементарних збуджень у локалізованому стані в залежності від лінійності/нелінійності середовищ у потенціальних ямах і в областях поза ними. Доведено, що у випадку полімерів з однією потенціальною ямою стан насичення існує лише за умови нелінійності середовища в областях поза ямою, незалежно від характеру середовища у потенціальній ямі;
- встановлено особливості нелінійної динаміки несумірних структур та властивості нелінійних збуджень періодичної солітонної гратки. Поблизу нижньої межі щілини спектру в довгохвильовому наближенні знайдено розв'язки для малоамплітудних періодичних за часом нелінійних збуджень, що знаходяться під щілиною спектру (у вигляді “темних антифазних солітонів”) та в щілині;
- встановлено характер локалізації полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів (мембрани) у рамках наближення середнього поля з урахуванням взаємодії виключеного об'єму. Розроблено аналітичний метод знаходження та аналізу характеристик такої системи шляхом введення нових масштабних змінних у стані насичення системи. Вперше аналітично та чисельно знайдено силу взаємодії між такими інтерфейсами у стані насичення та доведено, що ця сила є силою притягання, яка монотонно прямує до нуля зі збільшенням відстані між інтерфейсами. Аналітично встановлено характер адсорбції реальних полімерних ланцюжків у системі двох проникних інтерфейсів у випадку фіксованої концентрації полімеру на нескінченності.

Обсяг та зміст роботи відповідає вимогам до докторських дисертацій, а зміст автореферату цілком відповідає основним положенням дисертації.

Разом з тим до дисертації є **зауваження**:

Зауваження 1. У першому розділі дисертації було б доцільно стисло описати основні математичні моделі, що використовуються для вивчення нелінійної динаміки в

структурзованих середовищах. Зокрема, вже на цьому етапі було б корисним записати нелінійне рівняння Шредінгера та навести його точні розв'язки, що мають відношення до теми дисертації.

Зауваження 2. Результати другого розділу дисертації є прямим наслідком результатів статті [99] [М.М. Богдан, И.В. Герасимчук, А.С. Ковалев, ФНТ 23, 197 (1997)], в якій розглянуто локалізовані стани та їх стійкість у випадку відокремленого лінійного дефекту. Тому введення понять нелінійного та комбінованого лінійно-нелінійного дефекту не має особливого сенсу.

Для того, щоб переконатися, що локалізовані стани та умови їх стійкості у випадку довільного дельта-подібного потенціалу та у випадку лінійного дельта-подібного потенціалу є фактично тотожними, розглянемо наступне НРШ:

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\sigma|u|^2 u = -\delta(z)g(|u|^2)u, \quad (1)$$

де $g(x)$ – довільна дійсна функція дійсної змінної x , яка характеризує нелінійний дефект. Зазначимо, що випадки $g(|u|^2) = q$ та $g(|u|^2) = \lambda|u|^2$ відповідають лінійному та нелінійному дефектам, розглянутим у дисертації. Як і в дисертації, шукаємо стаціонарні розв'язки рівняння (1) у вигляді

$$u \equiv u(z, t) = u(z) \exp(-i\omega t), \quad (2)$$

де $u(z)$ – дійсна функція просторової координати z , яка задовольняє рівняння

$$\frac{d^2 u(z)}{dz^2} + \omega u(z) + 2\sigma u^3(z) = -\delta(z)g(u^2(z))u(z). \quad (3)$$

Припускаючи (це підтверджується розрахунками), що функція $g(u^2(z))u(z)$ в точці $z = 0$ неперервна і використовуючи загальні властивості δ -функції, маємо $\delta(z)g(u^2(z))u(z) = \delta(z)g(u^2(0))u(0)$. Тоді, вводячи позначення $\tilde{\lambda} = g(u^2(0))$, перепишемо рівняння (3) у вигляді

$$\frac{d^2 u(z)}{dz^2} + \omega u(z) + 2\sigma u^3(z) = -\tilde{\lambda}\delta(z)u(0) \quad (4)$$

(за термінологією дисертації $\tilde{\lambda}$ – це “потужність” лінійного дефекту). При $\sigma = +1$ локалізований розв'язок рівняння (4), що задовольняє крайовим умовам

$$u(+0) = u(-0), \quad \left. \frac{du(z)}{dz} \right|_{z=+0} - \left. \frac{du(z)}{dz} \right|_{z=-0} = -\tilde{\lambda}u(0), \quad (5)$$

можна записати в тому ж вигляді, що і в дисертації [див. формулу (2.14)]

$$u(z) = \frac{\varepsilon}{\operatorname{ch}[\varepsilon(|z| - z_0)]} \quad (6)$$

($\varepsilon = \sqrt{-\omega}$, $\omega < 0$). Але тепер параметри ε і z_0 зв'язані співвідношенням

$$2\varepsilon \operatorname{th}(\varepsilon z_0) = -\tilde{\lambda}, \quad (7)$$

яке випливає з другої крайової умови в (5) і формули $u(0) = \varepsilon/\operatorname{ch}(\varepsilon z_0)$. В окремому випадку нелінійного дефекту, коли $g(|u|^2) = \lambda|u|^2$ і отже $\tilde{\lambda} = \lambda u^2(0) = \lambda \varepsilon^2/\operatorname{ch}^2(\varepsilon z_0)$, співвідношення (7) зводиться до (2.15), тобто до співвідношення $\operatorname{sh}(2\varepsilon z_0) = -\lambda\varepsilon$. У випадку ж так званого “комбінованого” дефекту, коли $g(|u|^2) = q + \lambda|u|^2$ і отже

$\tilde{\lambda} = q + \lambda u^2(0) = q + \lambda \varepsilon^2 / \text{ch}^2(\varepsilon z_0)$, із (7) отримуємо формулу (2.85). Аналогічно можна розглянути і випадок $\sigma = -1$.

Ці результати свідчать про те, що локалізовані стани у випадку довільного дельта-подібного потенціалу завжди можна визначити, використовуючи локалізовані стани, що були отримані в [99] у випадку лінійного дельта-подібного потенціалу. Для цього “потужність” останнього повинна дорівнювати $\tilde{\lambda} = g(u^2(0))$. З математичної точки зору тотожність цих локалізованих станів є наслідком того факту, що для δ -функції виконується співвідношення $\delta(z)f(z) = \delta(z)f(0)$. Оскільки воно може бути використано і при аналізі стійкості локалізованих станів, то очевидно, що умови їх стійкості будуть визначатися лише знаком σ і знаком “потужності” лінійного дефекту $\tilde{\lambda}$. Тому всі умови стійкості локалізованих станів у випадку комбінованого лінійно-нелінійного дефекту (див. таблицю 2.1) можна отримати із результатів [99] при умові, що “потужність” відповідного лінійного дефекту дорівнює $\tilde{\lambda} = q + \lambda \varepsilon^2 / \text{ch}^2(\varepsilon z_0)$.

Таким чином, практично всі основні результати розділу 2, в якому розглядаються локалізовані стани і їх стійкість у випадку відокремлених нелінійних дефектів, досліджених автором дисертації в статтях [101-104], можна отримати із результатів статті [99], в якій ці ж питання вивчено у випадку лінійних дефектів. Оскільки дія будь-якого нелінійного дефекту еквівалентна дії лінійного дефекту певної “потужності”, введення тих чи інших типів нелінійних дефектів на кшталт “комбінованого лінійно-нелінійного дефекту” не має особливого сенсу. Проте слід зазначити, що це зауваження не впливає на достовірність отриманих автором результатів. Більш того, наведені вище розрахунки підтверджують їх.

Зауваження 3. В розділі 3.2 (сторінка 100) автор, аргументуючи необхідність збереження першого доданку в правій частині базового рівняння (3.15), наводить оцінку $|\psi|^2 \sim M_0^2 \lambda^2 \sim (\beta_1 / \beta_0)^2 (\ll 1)$. Але згідно з формулою (3.22) $\lambda = (\beta_1 / \beta_0) \cdot (b / l_0)$, де відношення ширини дефектного шару b до магнітної довжини l_0 слід також вважати малою величиною (оскільки дефект апроксимується дельта-потенціалом). Тому питання про те, які члени рівняння (3.15) можуть бути збережені, потребує більш детального аналізу.

Зауваження 4. У шостому розділі дисертації, де вивчаються локалізовані стани нелінійних хвиль і “суперсолітони” у періодичних структурах, без обмеження загальності можна було б розглянути лише випадок лінійних дефектів, оскільки потенціал моделюється послідовністю δ -функцій.

Зауваження 5. На жаль, в дисертаційній роботі зустрічаються граматичні та стилістичні помилки (наприклад, “між шарами з різним магнітним порядком” замість “між шарами з різним магнітним порядком”, “все локалізовані стани” замість “всі локалізовані стани”, “Щоб з'ясувати квантовомеханічної природи” замість “Щоб з'ясувати квантово-механічну природу”, “Відмітити, що” замість “Відмітимо, що”, “має очевидний інтеграл руху – повною енергією системи” замість “має очевидний інтеграл руху – повну енергію системи” тощо). Представляється також, що термін “трясіння” в контексті його використання (наприклад, в таких фразах як “є силою трясіння”, “трясіння між частинками”, “у випадку трясіння” та багатьох інших) слід було б замінити на термін “притягання”. Нарешті, в різних розділах дисертації автор використовує різні позначення векторів і гіперболічних функцій (\mathbf{a} та \vec{a} , $\text{sh } x$ та $\sinh x$ тощо).

Висловлені зауваження не ставлять під сумнів високий теоретичний рівень дисертації. Вони не впливають на обґрунтування висновків дослідження і не знижують загальної позитивної оцінки дисертаційної роботи.

ВИСНОВОК

Таким чином, можна констатувати, що дисертація І.В. Герасимчука є самостійною і, в цілому, завершеною працею, яка вносить суттєвий вклад в теорію локалізованих станів в структурованих середовищах.

За всіма основними показниками, а саме: актуальністю теми дослідження, науковою новизною та значущістю одержаних результатів, ступенем обґрунтованості висновків, а також повнотою їх викладення в опублікованих працях, дисертаційна робота “Нелінійні локалізовані стани в структурованих середовищах” задовільняє критеріям ДАК МОН України [пп. 9, 10, 12, 13 “Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника”, затвердженого постановою Кабміну України від 24.07.2013 р. № 567 зі змінами (окрім п. 3), що внесені до постанов Кабміну України, затвердженими його постановою від 12.09.2011 р. № 955] щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора наук. На підставі цього вважаю, що автор дисертаційної роботи, Герасимчук Ігор Вікторович, заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика.

Офіційний опонент:

Професор кафедри загальної та теоретичної фізики
Сумського державного університету МОН України,
доктор фіз.-мат. наук, професор



С.І. Денисов

Підпис проф. Денисова С.І. засвідчує

Вчений секретар

Сумського державного університету



А.І. Рубан